

单拱肋下承式连续梁拱组合桥梁拱协作机理

陈超¹, 段燕娥¹, 王方旭²

(1. 甘肃建筑职业技术学院, 兰州 730050; 2. 兰州交通大学土木工程学院, 兰州 730070)

摘要:以单拱肋下承式连续梁拱组合桥西宁祥瑞街大桥为工程背景,基于吊杆力相等假定和膜张力假定,采用结构力学的方法,推导出梁拱组合体系在均布荷载作用下,拱肋分担荷载比、拱梁弯矩比、拱梁变形比表达式,以此揭示梁拱协作机理。采用四次抛物线对吊杆力进行拟合,通过对公式、有限元计算结果进行误差分析,得出吊杆力修正系数,以此减小吊杆力相等假定带来的误差。同理,采用余弦荷载对吊杆力进行拟合,通过对吊杆力公式、膜张力公式计算结果进行误差分析,得出膜张力修正系数,以此减小膜张力假定带来的误差。最终结合吊杆力修正系数和膜张力修正系数,计算出主梁跨中挠度、拱肋跨中挠度以及吊杆力分担外荷载比例的修正系数分别为1.1、1.2、0.9,以此减小公式误差。

关键词:单拱肋下承式连续梁拱组合桥;梁拱协作机理;拱肋分担荷载比;拱梁弯矩比;拱梁变形比;修正系数

中图分类号:U448.213 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-1807(2024)17-0229-04

连续梁拱组合桥是城市建设采用最多的桥型之一,它结合了连续梁桥和拱桥的优势特点,充分发挥拱抗压、梁抗弯的受力特性,利用主梁轴向拉力平衡拱脚处的水平推力,两者相互协作共同承担外荷载^[1-3]。在桥梁设计方面已取得了诸多成果。

金成棣等^[4-5]依据小挠度稳定性理论,分析梁拱体系的稳定性问题。Forgács等^[6]分析梁拱体系在活载作用下,结构的非线性特征。Gönen和Soyöz^[7]采用不同的方法对砌体拱桥抗震性能进行分析,得出了非线性静态分析的局限性。李艳等^[8]对地震高风险区桥梁抗震问题进行分析,得出双曲面支座的减震效果最为明显。Zhang^[9]通过分析动静荷载试验的理论值和实测值,对结构进行分析,为分析结构受力性能提供参考。薛玉波等^[10]运用参数分析法,得出拱梁刚度比对结构空间受力的影响。Lu等^[11]开发出一套全新的检测系统,对混凝土拱桥的结构性能进行全方位的检测,为桥梁检测工作提供了有效保障。Lu等^[12]通过开发三维模型,有效解决恶劣环境下的桥梁监控和评估工作。汤虎等^[13]对系杆拱桥力学与经济性能进行诸多研究,为相关工作提供参考。

从力学角度分析,连续梁拱组合体系由于存在若干吊杆,因此,结构本身一般属于高次超静定。

但相对于结构之外,一般均属于低次超静定^[14]。主梁与拱肋通过吊杆连接共同承担外荷载,但在体系内部,主梁和拱肋是分工协作的,为了分析“分工协作”的原理,本文引入“拱肋分担荷载比”“拱梁弯矩比”“拱梁变形比”3个概念^[15],可将该问题数值化、直观化、具体化。

由于连续梁拱组合体系通常是高次超静定结构,若采用有限元法^[16]进行计算,虽能求出数值解,但体系的力学特性与结构参数之间的关系不能直观地表达出来。因此,本文采用结构力学的方法,推导出单拱肋下承式连续梁拱组合桥在均布荷载作用下拱肋分担荷载比、拱梁弯矩比以及拱梁变形比的表达式,并对公式进行修正^[17]。

1 求解思路

主梁既要承担外载,又要平衡拱脚处的水平推力。拱肋既要承担外载,又要提升整体刚度。吊杆连接着主梁和拱肋,是主梁、拱肋相互协作的纽带。结合工程实例,建立有限元模型,通过分析模型计算结果,可得如下结论:在均布荷载作用下,主梁、拱肋弯矩基本均匀,轴力基本恒定,除边吊杆外,其余吊杆力基本相等^[18-19]。

基于上述结论,以跨中为研究对象,选取若干集中力 $T_i(i=1,2,3,\dots)$ 拟合吊杆力,同时保证数值相

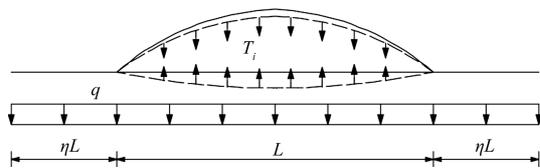
收稿日期:2024-04-27

作者简介:陈超(1992—),男,黑龙江方正人,硕士,助教,研究方向为桥梁理论、桥梁设计;段燕娥(1996—),女,甘肃民乐人,硕士,助教,研究方向为桥梁理论、桥梁设计;王方旭(1992—),男,甘肃天水人,博士研究生,工程师,研究方向为桥梁工程理论。

等,如图 1 所示。由于边吊杆对体系跨中位置影响甚微,可以忽略不计,进而假设所有吊杆力均相等。当吊杆数多、排列紧密时,可在吊杆力相等假定的基础上,采用均布荷载进一步拟合集中力,大小为 $p = \sum_{i=1}^n \frac{T_i}{L}$,即膜张力效应^[18-19],如图 2 所示。

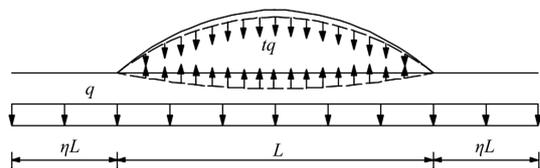
在荷载作用下,体系发生变形,如图 3 所示。拱肋线形为 $y = -\frac{4f}{L^2}x^2 + f$,拱肋挠度为 δ_1 ,主梁挠度为 δ_2 ,吊杆伸长量 $\delta_3 = f_1 - f$,三者之间的关系为 $\delta_2 = \delta_1 + \delta_3$ 。

在公式推导过程中,为了便于描述,将专业名词用字母表示,所需符号与其含义见表 1。



T_i 为集中力; q 为全桥竖向均布荷载; L 为主梁中跨长度; ηL 为主梁边跨长度

图 1 等效集中力计算示意图



tq 为拱肋分担竖向荷载值; q 为全桥竖向均布荷载; L 为主梁中跨长度; ηL 为主梁边跨长度

图 2 等效膜张力计算示意图

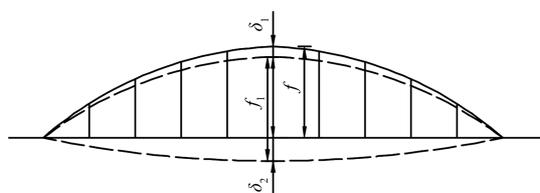


图 3 荷载作用下梁拱组合体系变形图

表 1 符号与其含义

符号	含义	符号	含义
η	边中跨比	ηL	主梁边跨长度
L	主梁中跨长度	$E_a A_a$	拱肋轴向刚度
t	拱肋分担荷载比	$E_b A_b$	主梁轴向刚度
q	全桥竖向均布荷载	$E_a I_a$	拱肋抗弯刚度
tq	拱肋分担竖向荷载值	$E_b I_b$	主梁中跨抗弯刚度
μ	边跨与中跨抗弯刚度比	$\mu E_b I_b$	主梁边跨抗弯刚度

2 基本假定

计算过程基于如下假定^[18]:①结构处于弹性工作阶段;②吊杆力相等且符合膜张力假定;③拱肋为二次抛物线坦拱;④拱肋为等截面;⑤主梁边跨、中跨均为等截面;⑥忽略拱肋和主梁的剪切变形;⑦拱的自重不计。

3 计算拱肋分担荷载比 t

根据结构力学的方法,建立梁拱组合体系基本结构,如图 4 所示。图 4 中 X_0 、 X_1 、 X_2 分别为剪力、轴力和弯矩, X_3 为支座反力。进而求得拱肋分担荷载比 t ,具体过程见文献^[20],这里仅列出最后结果。

$$t = \{k_{sa} [(12\eta - 15\eta^3 + 3\mu)k_{ba} + 12\eta(1 + k_a) + k_{ba}k_a(18\mu + 12\eta)]\} / \{k_{sa} [(12\eta + 3\mu) + 6k_a(4\eta + 3\mu)]k_{ba} + (12\eta + 18\mu)k_a k_{ba}^2 + 12\eta(1 + k_a)\} + 384k_f [(6k_a + 1)(2\eta + 3\mu)k_{ba}^2 + 12\eta(1 + k_a)k_{ba}] \quad (1)$$

式中: $k_f = \frac{f}{L}$ 为矢跨比; $k_{ba} = \frac{E_b I_b}{E_a I_a}$ 为梁拱截面抗弯刚度比; $k_{sa} = \frac{E_s a_s L^3}{E_a I_a}$ 为吊杆拱肋等代弯矩刚度比; $k_a = \frac{15E_a I_a}{8f^2} \left(\frac{1}{E_a A_a} + \frac{1}{E_b A_b} \right)$ 为拱肋、主梁轴向变形放大系数。

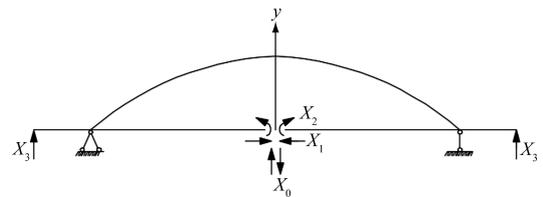


图 4 梁拱组合体系基本结构

4 计算拱梁弯矩比 r

求出 t 后,根据内力平衡条件,即可求得主梁、拱肋任意截面上的弯矩值,具体过程见文献^[20],这里仅列出最后结果。

$$r = \{[(3\eta^3 - 2\eta + 2t\eta) + (8\eta + 4t\eta - 12\eta^3)k_a] E_a I_a + (6\mu t + 4t\eta)k_a E_b I_b\} / \{(2\eta - 2t\eta - 2\eta^3 + \mu - \mu t) + (6\mu - 6\mu t + 12\eta - 4t\eta - 12\eta^3)k_a\} E_b I_b + 4\eta(1 - t)(1 + k_a) E_a I_a \quad (2)$$

5 计算拱梁变形比 ω

同理也可得出拱梁变形比 ω 的表达式,求解过程见文献^[20],这里仅列出最后结果。

$$\omega = \{[3\eta^3 - 2\eta + k_a(-72\eta^3 + 48\eta)]k_{ba} + t[(2\eta + 12\eta k_a)k_{ba} + (12\eta + 18\mu)k_a k_{ba}^2]\} / \{[10\eta - 12\eta^3 + 3\mu + k_a(18\mu + 60\eta - 72\eta^3)]k_{ba} + 12\eta(1 + k_a) - t\{[10\eta + 3\mu + 6k_a(3\mu + 2\eta)]k_{ba} + 12\eta(1 + k_a)\}\} \quad (3)$$

6 公式修正

为了便于计算,公式在推导过程中存在诸多假定,因此需要对公式进行修正。本文公式误差主要集中在以下两个假定中,首先是吊杆力相等假定,其次是膜张力假定。采用的修正思路是将拱肋跨中挠度 δ_1 、主梁跨中挠度 δ_2 、拱肋分担荷载比 t 乘上2个修正系数,分别为吊杆力修正系数 C_1 和膜张力修正系数 C_2 ,以此消减公式误差^[18]。

6.1 吊杆力修正系数

通过对梁拱组合静力特性以及有限元计算结果分析可知,在均布荷载作用下,吊杆力并非全部相等,通常1/4、3/4位置处最大,边吊杆最小,中间吊杆基本相等。通过对吊杆力分布规律进行分析,最终得出吊杆力分布规律可用四次抛物线进行拟合,即

$$T = ax^4 + bx^2 + c, x \in [-L/2, L/2] \quad (4)$$

这样假定既能保证吊杆力是对称分布的,又能较好地模拟吊杆力的分布规律。

求解过程见文献[20],这里仅列出最后结果,吊杆力修正系数取值见表2。

表2 吊杆力修正系数取值

吊杆力修正系数	拱肋跨中位移	主梁跨中位移	吊杆力对外荷载比例
C_1	1.2	1.1	0.9

6.2 膜张力修正系数

为了减少膜张力假定所带来的误差,现选取余弦荷载对吊杆力进行拟合,使得吊杆力更加接近真实荷载形式。并且吊杆数量越少,相比膜张力假定,余弦荷载更符合实际情况。假设吊杆力大小为

$$T_i = T \left[\cos\left(\frac{2n\pi x}{L}\right) + 1 \right] \quad (5)$$

式中: x 为沿桥纵向坐标; T 为余弦荷载峰值; n 为主梁被吊杆分割的段数。

求解过程见文献[20],这里仅列出最后结果。吊杆力、膜张力与外荷载比例的相对误差基本为0%,因此可以得出,膜张力假定能很好地模拟吊杆力的分布,膜张力修正系数 C_2 取值为1.0。

7 结论

(1)通过结构力学的方法,推导出梁拱组合体

系在均布荷载作用下,拱肋分担荷载比、拱梁弯矩比、拱梁变形比表达式,以此来揭示梁拱协作机理。

(2)为了减小公式误差,采用四次抛物线和余弦荷载拟合吊杆力,计算出主梁跨中挠度、拱肋跨中挠度以及吊杆力分担外荷载比例的修正系数分别为1.1、1.2、0.9。

上述规律对此类桥型的初步设计有较大的指导作用,为桥梁设计人员拟定较为合理的结构参数提供了力学依据,有效缩短了初步设计的时间。

参考文献

- [1] 陈宝春,刘君平.世界拱桥建设与技术发展综述[J].交通运输工程学报,2020,20(1):27-41.
- [2] 徐岳.钢管混凝土系杆拱桥[M].北京:人民交通出版社,2017.
- [3] 王常才.桥梁工程[M].3版.北京:人民交通出版社,2019.
- [4] 金成棣,张洁,王溢华.系杆拱桥的稳定性分析[J].上海公路,2018(2):1-6.
- [5] 金成棣,古晓松,陈琛.系杆拱桥稳定性探索:考虑拱梁共同作用[J].上海公路,2018(3):20-27.
- [6] FORGÁCS T, SARHOSIS V, ÁDÁNY S. Shakedown and dynamic behaviour of masonry arch railway bridges[J]. Engineering Structures, 2021, 228: 111474.
- [7] GÖNEN S, SOYÖZ S. Seismic analysis of a masonry arch bridge using multiple methodologies[J]. Engineering Structures, 2021, 226: 111354.
- [8] 李艳,王江波,牛远志,等.高速铁路大跨连续梁-拱组合结构抗震性能研究[J].铁道标准设计,2020,64(5):67-70.
- [9] ZHANG H. Experimental study on load of concrete filled steel tubular double-rib tied-arch bridge[J]. IOP Conference Series: Earth and Environmental Science, 2020, 568: 012011.
- [10] 薛玉波,余郁,叶见曙,等.梁拱组合体系桥梁空间效应与关键构造设计方法研究[J].公路工程,2020,45(6):124-133.
- [11] LU Z R, GUO C, LI G C. Air void and ring gap effect on CFST arch bridges dynamic performance[J]. Journal of Constructional Steel Research, 2021, 177: 106418.
- [12] LU P Z, ZHANG J P, LI D G, et al. Conceptual design and experimental verification study of a special-shaped composite arch bridge[J]. Structures, 2021, 29: 1380-1389.
- [13] 汤虎,邵长宇,颜海.组合桥面系杆拱桥力学与经济性研究[J].桥梁建设,2019,49(1):30-35.
- [14] 程宇飞,黄焕子,胡逸琛,等.梁拱组合体系桥梁荷载分配分析研究[J].公路,2021,66(3):158-162.
- [15] 许斐.单承载面下承式连续梁拱组合体系桥结构性能相关问题研究[D].大连:大连理工大学,2017.

- [16] 郑晓龙, 杨建荣, 黄华, 等. 下承式组合梁系杆拱桥荷载试验研究[J]. 工业安全与环保, 2020, 46(12): 1-6. 352-356.
- [17] 车俊. 梁—拱组合桥梁拱梁相互作用分析[D]. 兰州: 兰州交通大学, 2014.
- [18] 夏文传, 陈权. 梁拱组合结构桥梁拱梁挠度分承比研究[J]. 工程研究-跨学科视野中的工程, 2017, 9(4):
- [19] 夏文传, 任利锋, 周智宏. 大跨连续梁拱组合桥梁拱分担比例实验探究[J]. 中国公路, 2020(9): 104-105, 107.
- [20] 陈超. 单拱肋下承式连续梁拱组合桥矢跨比及梁拱协作机理研究[D]. 兰州: 兰州交通大学, 2021.

Beam-arch Cooperation Mechanism of Single-arch through Continuous Beam-arch Combination Bridge

CHEN Chao¹, DUAN Yan'e¹, WANG Fangxu²

(1. Gansu Vocational College of Architecture, Lanzhou 730050, China;

2. School of Civil Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China)

Abstract: Taking Xiangrui Street Bridge in Xining as the engineering background, which is a single-arch through continuous beam-arch combination bridge, based on the assumption of equal suspender force and filmy force, the method of structural mechanics is used to deduce the expression of the load sharing ratio of arch, the bending moment ratio of arch-beam and the deformation ratio of arch-beam, reveal the mechanism of beam-arch collaboration bridge under uniform load. The quartic parabolic curve is used to fit the suspender force. The error analysis of the formula and the finite element calculation result are carried out to determine the suspender force correction coefficient, so as to reduce the error caused by the assumption of equal suspender force. In the similar way, the cosine curve is used to fit the suspender force. The error analysis of the suspender force formula and the filmy force formula calculation results are determined from the filmy force correction coefficient, so as to reduce the error caused by the assumption of filmy force. Through the suspender force correction coefficient and the filmy force correction coefficient, the correction coefficients of the beam deflection, arch deflection and the proportion of external load sharing by the suspender force are finally calculated to be 1.1, 1.2, and 0.9 respectively, in order to reduce the formula error.

Keywords: single-arch through continuous beam-arch combination bridge; beam-arch cooperation mechanism; load sharing ratio of arch; bending moment ratio of arch-beam; deformation ratio of arch-beam; correction coefficient