

# 基于神经网络的人身险公司经济 资本计算方法探索

胡安睿

(南开大学 金融学院, 天津 300350)

**摘要:**“偿二代”二期工程的实施对保险公司风险管理提出了更高要求,经济资本的计算受到保险公司重视。嵌套随机模拟法是传统的经济资本计算方法,但是绝大多数公司无法承担该方法所需的时间成本和算力资源。本文提出一种基于神经网络的经济资本计算方法,并将其应用于最低年金给付保证的变额年金产品中。结果表明,相较于传统的嵌套随机模拟法,该计算方法所需的计算时间降低了约三分之二,并且误差率可以控制在 3% 以内。

**关键词:**神经网络;经济资本;保险;变额年金

**中图分类号:**F840.32 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-1807(2023)22-0193-06

近年来,我国人身保险业发展迅速,在社会经济运行中扮演的角色越来越重要。2022 年,我国人身保险原保费收入为 34 245 万亿元,约为 2012 年的 3.5 倍;人身保险公司共 93 家,相较于 2012 年增加了 35 家。除了市场规模的不断扩大,人身保险产品也不断创新。近几年相继出现了“增额终身寿”“网红重疾险”“第三支柱养老险”等热点产品。新产品蕴含新风险,而巨大的市场规模是天然的风险放大器。2021 年 12 月 30 日,中国银保监会发布《保险公司偿付能力监管规则(II)》,标志着“偿二代”二期工程正式实施。“偿二代”二期工程建立了以风险为导向的监管体系,对保险公司风险管理工作提出了更高要求。

经济资本指在未来一定期限内,在给定的置信水平下,保险公司为吸收非预期损失而应持有的最低资本需求<sup>[1]</sup>。经济资本常与监管机构规定的最低资本相比较。最低资本更具有广泛性,所有保险公司必须根据事先确定的相同的方法来计算,以便达到监管目的;经济资本具有灵活性,不同保险公司可以根据自身特点搭建具有针对性的模型,与全面风险管理理念相匹配。2009 年,欧盟 Solvency II (偿二代)正式颁布,Solvency II 允许保险公司将经济资本作为最低资本,这标志着监管机构对经济资本的认可。此后,越来越多的保险公司将经济资本作为自身全面风险管理的重要手段。

经济资本的计算涉及对保险公司负债的预测,因而极具复杂性。从理论上讲,嵌套随机模拟法为最准确的计算方法。然而,绝大多数保险公司难以承担运用该方法所需的时间成本和算力资源。正基于此,精算理论界和实务界纷纷探索计算经济资本的新方法,以期实现计算准确性和计算成本之间的平衡。目前,主要有三类计算经济资本的新方法。一是在嵌套随机模拟方法的框架内减少分支数量。Li 和 Feng<sup>[2]</sup>将随机微分方程纳入嵌套随机法的构架,展示了多期嵌套模拟的高效性;Dang 等<sup>[3]</sup>提出两阶段模拟程序,利用似然百分比方法计算每个外部模拟路径的概率,从而减少外部模拟分支数量。二是复制组合法。Cambou 和 Filipovic<sup>[4]</sup>提出了动态、路径依赖的复制组合方法;Engsner 等<sup>[5]</sup>通过复制金融衍生品组合来计算在离散时间内符合监管要求的保险负债的价值,认为该价值为一个后向递归的解。三是最小二乘蒙特卡洛法。Ha 和 Bauer<sup>[6]</sup>利用最小二乘蒙特卡洛法计算金融机构的企业价值,讨论了基函数选择计算结果的影响,指出左奇异函数是稳健的基函数;Kiermayer<sup>[7]</sup>利用最小二乘蒙特卡洛法对退保率进行了研究,根据退保的概率论观点预测了退保率的置信区间。李秀芳和杨雅明<sup>[8]</sup>将 Sobol 抽样法运用到最小二乘蒙特卡洛法中,提升了拟合效率;Krah 等<sup>[9]</sup>在最小二乘蒙特卡洛的框架下,运用六种不同的回归方法计算

收稿日期:2023-07-13

作者简介:胡安睿(1998—),男,山东济南人,南开大学金融学院,硕士研究生,研究方向为精算与风险管理。

经济资本并进行比较分析,结果显示广义线性模型(generalized linear model, GLM)、广义可加模型(generalized additive model, GAM)和可行广义最小二乘(feasible generalized least, FGLS)回归算法效果更好。

近年来,以神经网络为代表的深度学习算法发展迅速,已在金融、信息服务、生物等领域有广泛应用。然而,纵观已有文献,尚未有学者将神经网络算法运用到经济资本的计算当中。本文将搭建一套利用神经网络算法高效计算经济资本的框架,填补上述空缺。

## 1 经济资本及其计算

### 1.1 经济资本

令随机变量  $X_t$  代表  $t$  时刻保险公司未来净现金流的现值和,则

$$X_t = \sum_{n=t+1}^T CF_n e^{\int_t^{t+\tau} -r_h dh} | F_t \quad (1)$$

式中:  $CF_n$  为  $n$  时刻保险公司净现金流;  $r_h$  为  $h$  时刻的利率水平;  $F_t$  为  $t$  时刻与保险公司未来净现金流相关的风险因子。

令  $C_t$  为保险公司在  $t$  时刻的资本,则

$$C_t = E^Q[X_t] \quad (2)$$

式中:  $E[\cdot]$  为数学期望;  $Q$  为风险中性测度。

令保险公司在  $t$  时刻的净负债现值用  $NL_t$  表示,则

$$NL_t = -e^{\int_t^{t+\tau} -r_h dh} C_{t+\tau} | F_t \quad (3)$$

式中:  $\tau$  为风险期间。

令保险公司在  $t$  时刻的经济资本用  $EC_t$  表示,则

$$EC_t = \rho(NL_t) \quad (4)$$

式中:  $\rho(\cdot)$  为风险测度。

在实践中,  $\rho(\cdot)$  常选用 99.5% 在险价值(value at risk, VaR), 即

$$EC_t = \text{VaR}_{99.5\%}(NL_t) \quad (5)$$

### 1.2 情景生成

在经济资本的定义中,风险因子  $F_t$  决定了各时间段的折现因子和各时刻的净现金流。因此,合适的情景生成技术在经济资本计算中具有重要意义。考虑人身保险中常见的三种风险因子,分别为利率水平  $r_t$ 、资产价格  $S_t$  和死力  $\mu_{x+t}$ 。

利率水平  $r_t$  直接决定了折现因子的大小。在现实世界测度下,假设  $r_t$  遵循 Vasicek 模型<sup>[10]</sup>, 即

$$dr_t = \alpha(\gamma - r_t)dt + \sigma_r dW_t^r \quad (6)$$

式中:  $\alpha$  为均值回归速率;  $\gamma$  为均值回归水平;  $\sigma_r$  为

利率的波动率;  $W_t^r$  为标准布朗运动。

在风险中性测度下,假设利率水平  $r_t$  存在固定的风险溢价  $\lambda$ , 则  $r_t$  遵循的随机微分方程为

$$dr_t = \alpha(\bar{\gamma} - r_t)dt + \sigma_r dW_t^r \quad (7)$$

式中:  $\bar{\gamma} = \gamma - \lambda\sigma_r/\alpha$ 。

在实际中,资产价格  $S_t$  往往与利率水平  $r_t$  具有相关性,假设  $S_t$  遵循的随机微分方程为

$$dS(t) = S(t)[m_S dt + \sigma_S(\rho dW_t^r + \sqrt{1-\rho^2} dW_t^S)] \quad (8)$$

式中:  $m_S$  为风险资产的瞬时回报率;  $\sigma_S$  为资产波动率;  $\rho \in [-1, 1]$ ;  $W_t^S$  为标准布朗运动。

死力  $\mu_{x+t}$  遵循 Gompertz 死亡率定律, 即

$$d\mu_{x+t} = \kappa\mu_{x+t}dt + \psi dW_t^\mu \quad (9)$$

式中:  $\kappa$  为瞬时死亡率;  $\psi$  为死亡率的波动率;  $W_t^\mu$  为标准布朗运动。

### 1.3 嵌套随机模拟法

在实践中,  $EC_t$  的计算难点在于要掌握  $NL_t$  的全部分布信息以得到其在险价值, 并且上述计算过程涉及现实世界及风险中性两个测度的嵌套。加之保险公司的负债无法用解析解表示, 因此, 复杂的嵌套随机模拟法是计算经济资本的最精确的方法。嵌套随机模拟法分为两个步骤。首先, 在现实世界测度下生成现实世界模拟, 现实世界模拟的时间区间为  $t$  时刻至  $t+\tau$  时刻; 然后, 在每一个现实世界模拟的分支再用风险中性测度进行风险中性模拟, 风险中性模拟的目的在于得到每一个现实世界模拟分支在  $t+\tau$  时刻的资本(图 1)。

具体来看, 在  $t+\tau$  时刻, 对于现实世界模拟分支  $p$ , 其资本为

$$\widehat{C_{t+\tau}^p} = E^Q \left[ \sum_{n=t+\tau+1}^T CF_n e^{\int_{t+\tau}^n -r_h dh} | F_{t+\tau} \right] = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \sum_{n=t+\tau+1}^T CF_n^s e^{\int_{t+\tau}^n -r_h^s dh} \quad (10)$$

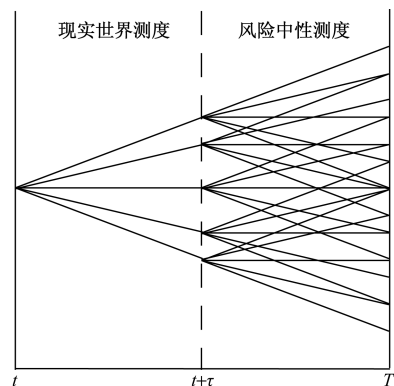


图1 嵌套随机模拟法示意图

式中:  $S$  为风险中性模拟分支数量;  $CF_n^s$  和  $r_h^s$  分别为第  $s$  个风险中性模拟分支在  $n$  时刻的净现金流和在  $h$  时刻的利率水平。

若风险测度  $\rho(\cdot)$  选用 99.5% 在险价值, 则在  $t$  时刻经济资本为

$$\widehat{EC}_t = \text{VaR}_{99.5\%} \left( -\exp \int_t^{t+\tau} -r_h dh C_{t+\tau} \mid F_t \right) = \text{NL}_t[P \times 0.995] + 1 \quad (11)$$

式中:  $P$  为现实世界模拟分支数量;  $x_i$  由样本按从小到大排序得到, 即  $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$ 。

嵌套随机模拟方法由两阶段的蒙特卡洛模拟组成, 为计算  $\text{NL}_t$  共需要生成  $P \times S$  个模拟分支, 因此用该方法计算经济资本需要极大的算力与时间成本, 保险公司往往难以承担。

#### 1.4 神经网络法

神经网络是一个相互连接的处理单元的集合。处理单元常被称为神经元, 它们被组织在不同的层中。如图 2 所示, 第一层和最后一层分别被称为输入层和输出层; 中间层被称为隐藏层。每一层的神经元把上一层的神经元的输出变量作为输入变量。第一层的神经元只作为网络的输入。前一层的每个神经元都与下一层的所有神经元相连, 并且所有的线都指向右边。这样的神经网络被称为完全连接的前馈神经网络。本文使用上述前馈神经网络计算经济资本。

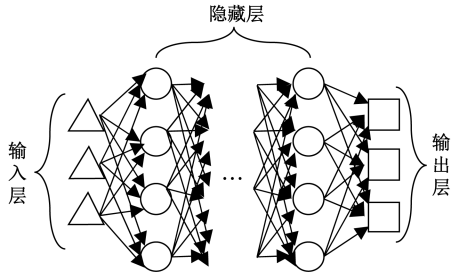


图 2 神经网络示意图

假设  $x_1, x_2, \dots, x_n$  是位于  $l$  层的神经元  $j$  的输入变量, 首先计算输入变量的线性组合, 有

$$a_j^l = \sum_{i=1}^n w_{ij}^l x_i + b_{ij}^l \quad (12)$$

式中:  $w_{ij}$  被称为权重;  $b_{ij}$  被称为偏误;  $a_j^l$  被称为位于  $l$  层的  $j$  神经元的激活值。激活值  $a_j^l$  可被微且非线性的激活函数转换以后即成为位于  $l$  层的神经元  $j$  的输出变量。神经网络因其普遍的逼近特性而闻名。Hornik<sup>[11]</sup> 证明, 一个具有线性输出的单层前馈神经网络能够逼近紧凑域上的任何连续函数, 这使神经网络被称为通用逼近器。

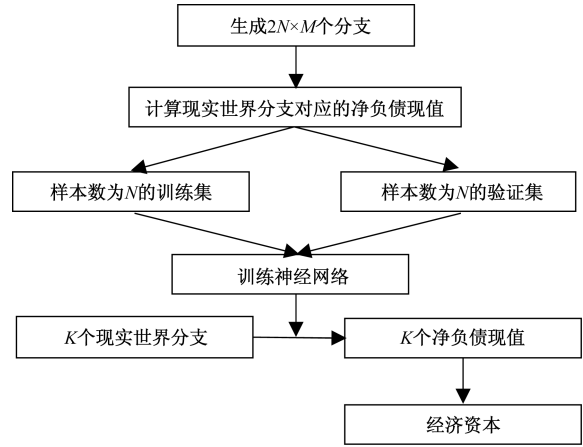


图 3 利用神经网络计算经济资本流程

利用神经网络算法计算经济资本的流程如图 3 所示。首先, 利用嵌套随机模拟法生成  $2N$  个现实世界分支, 每个现实世界分支生成  $M$  个风险中性分支, 根据生成结果, 计算每一个现实世界分支所对应的净负债现值。然后, 将  $N$  个现实世界分支中的风险因子  $F_{t+\tau}^{\text{training}}$  和所对应的净负债现值作为神经网络的训练集, 将另外  $N$  个现实世界分支中的风险因子  $F_{t+\tau}^{\text{validation}}$  和所对应的净负债现值作为验证集, 利用上述训练集和验证集训练神经网络。最后, 生成  $K$  个现实世界分支, 将  $K$  个现实世界分支的风险因子  $F_{t+\tau}^{\text{prediction}}$  代入训练好的神经网络, 得到  $K$  个净负债现值。若经济资本的风险测度为 99.5% 分位数, 则上述  $K$  个净负债现值的 99.5% 分位数即经济资本。

最先生成的  $2N \times M$  个分支用于训练神经网络所需的训练集和验证集, 因此  $N$  和  $M$  的数量均远小于利用嵌套随机模拟直接计算经济资本所需要的现实世界分支和风险中性分支数量。用于计算资本的现实世界分支的数量  $K$  可以根据用于经济资本的风险测度  $\rho(\cdot)$  来确定。

## 2 数值实例

### 2.1 产品介绍

选用带有最低年金给付保证 (guaranteed minimum income benefit, GMIB) 的变额年金示例利用神经网络算法高效计算经济资本的框架。在带有 GMIB 的变额年金到期时, 投保人有权选择一次性支付相当于当前账户价值的款项, 或选择由适用于保证金额的保证利率确定的保证年金付款。假设到期时保证金额为  $G_T$ , 若被保险人在到期时存活, 则保险公司的赔付为

$$B_T = \max \left\{ S_T \frac{G_T}{a_{x+T}^*(0)} a_{x+T}(T) \right\} \quad (13)$$

式中： $S_T$  为保单到期时的资产价格； $a_{x+T}(T)$  为  $x+T$  岁的人持有的即期年金在  $T$  时刻的价值； $a_{x+T}^*(0)$  为 0 时刻的保证年金率。

为简便起见，假设：

$$a_{x+T}(T) = a_{x+T}^*(0) \tag{14}$$

$$G_T = S_0 (1 + m_g)^T \tag{15}$$

式中： $m_g$  为保证资产回报率。

此时：

$$B_T = \max\{S_T S_0 (1 + m_g)^T\} \tag{16}$$

保单信息及情景生成的具体假设如表 1 所示。为了简便起见，不考虑费用率、退保率等其他因素。

表 1 保单信息以及情景生成假设

| 符号         | 文字解释     | 数值      |
|------------|----------|---------|
| $x$        | 被保险人年龄   | 40      |
| $\tau$     | 风险期间     | 2       |
| $T$        | 到期时刻     | 25      |
| $m_g$      | 保证资产回报率  | 0.02    |
| $r_0$      | 初期利率     | 0.025   |
| $\alpha$   | 利率均值回归速率 | 0.25    |
| $\gamma$   | 利率均值回归水平 | 0.02    |
| $\sigma_r$ | 利率波动率    | 0.01    |
| $\lambda$  | 利率风险溢价   | 0.02    |
| $S_0$      | 初期资产(保费) | 1 000   |
| $m_S$      | 资产瞬时回报率  | 0.05    |
| $\sigma_s$ | 资产波动率    | 0.18    |
| $\rho$     | 资产与利率相关性 | 0.3     |
| $\mu_x$    | 初期死亡率    | 0.01    |
| $\kappa$   | 瞬时死亡率    | 0.07    |
| $\psi$     | 死亡率波动率   | 0.001 2 |

2.2 风险因子的选择

风险因子的选择是利用神经网络计算经济资本的关键。考虑到 GMIB 型变额年金保险期限较长，且具有最低资产回报保证，如前文所述，采用利率水平、资产价值和死亡率作为风险因子。

图 4~图 6 分别反映了净负债现值与上述 3 个风险因子之间的关系。示例保险产品期限较长，保险公司支出发生的时间距评估日较久远，因此较高的折现率能有效降低净负债水平。较高的账户价值意味着保险公司未来较高的支出水平，因此对应着较高的净负债水平。示例产品为没有死亡给付的年金产品，较高的死亡率意味着未来保险公司对被保险人进行生存给付的概率降低，因此净负债现值相应减少。

2.3 嵌套随机模拟法

分支数量直接影响嵌套随机模拟法的效率。分支数量过多，准确性可以保证，但是计算所需时间也会相应上升；分支数量过少，虽然可以节约计

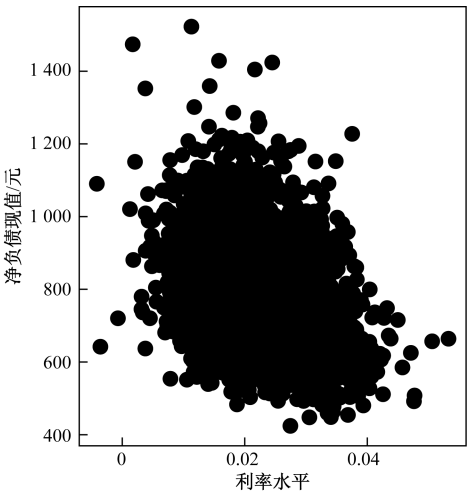


图 4 净负债现值与利率水平的关系

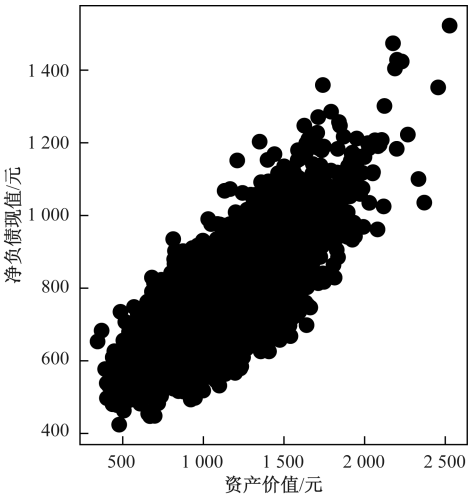


图 5 净负债现值与资产价值的关系

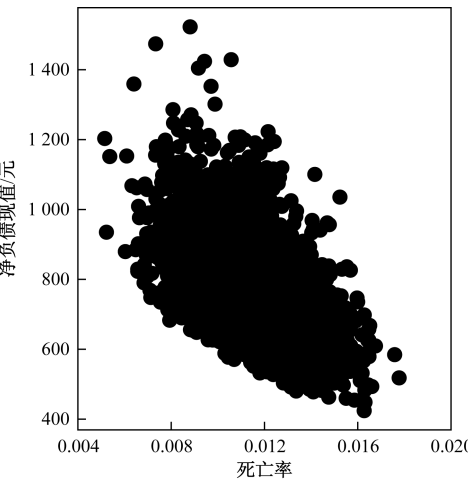


图 6 净负债现值与死亡率的关系

算时间，但是计算结果的误差较大。兼顾计算效率和准确性，令现实世界分支数量  $P$  为 4 000，风险中性分支数量  $S$  为 600。图 7~图 9 为 3 个风险因子在嵌套随机模拟中随时间变化情况。

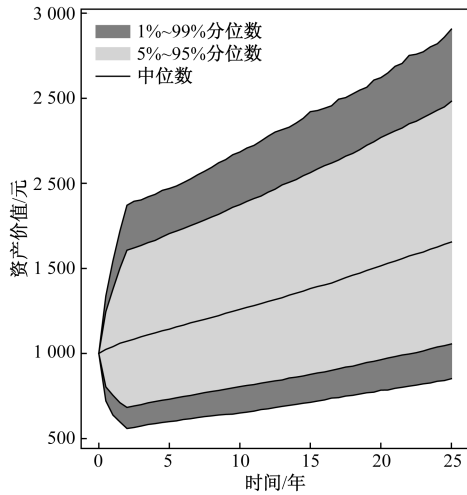


图7 风险因子(资产价值)情景示意图

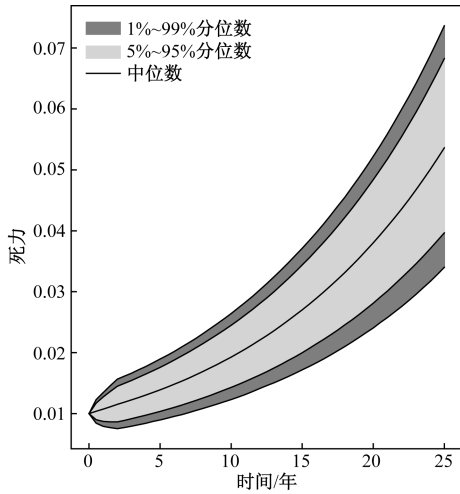


图8 风险因子(死力)情景示意图

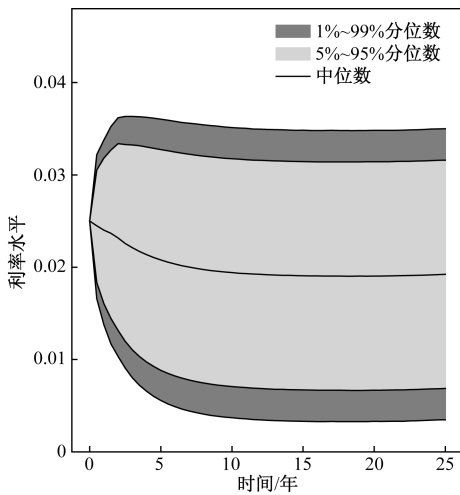


图9 风险因子(利率水平)情景示意图

## 2.4 神经网络法

神经网络超参数的选择对拟合效果有较大的影响。神经网络的层数及每层神经元数量越多,意味着

神经网络待拟合参数越多,神经网络结构越复杂。神经网络的复杂度必须与数据和待解决问题的复杂度相匹配。如果样本数据较少或者待解决的问题较简单,使用复杂的神经网络容易产生过拟合问题。反之,如果样本数据很多且待解决的问题较复杂,使用简单的神经网络容易产生欠拟合问题。另外,神经网络的复杂程度也直接决定了拟合效率。激活函数可以给神经网络加入“非线性元素”,使神经网络区别于一般的线性回归。不同激活函数的导数特征不同,会对神经网络的导数后向传递产生不同影响。

综合考虑拟合准确度与效率,并结合数据特点,最终选择的神经网络超参数如表2。按照上述设定,生成两组分支数量为 $500 \times 300$ 的随机模拟,分别作为训练集和验证集,训练神经网络。再生成1000个现实世界分支作为预测集,利用训练好的神经网络计算其净负债现值,取99.5%分位数用来计算经济资本。

表2 超参数选择

| 超参数     | 选择      |
|---------|---------|
| 隐藏层数量/个 | 2       |
| 神经元数量/个 | 3       |
| 隐藏层激活函数 | tanh 函数 |
| 输出层激活函数 | 恒等函数    |

## 2.5 结果比较

由于算力有限,仅计算单个模型点的经济资本。图10显示了嵌套随机法和神经网络法计算得到的净负债现值的概率密度分布。两种方法得到的净负债现值的概率密度都呈现右侧厚尾分布,与保险公司风险管理的实际情况相符合。两条概率密度曲线非常相近,说明神经网络法对净负债现值的整个分布的预测都较为准确。表3显示,在耗时只占随机嵌套法不到三分之一的情况下,利用神经网络法计算得到的净负债现值的各个分位数的误差率都在3%以内,监管机构重点关注的99.5%分位数仅有1.29%的误差。

在精算实务中,保险公司往往需要计算以千万计甚至以亿计的模型点。在每一种模拟情形下,保险公司对每一个模型点均需要计算其经济资本,然后将其加总得到总经济资本。计算单一情形下的总经济资本所需的算力资源已不是一个小数目,大量模拟情形所带来的计算成本保险公司往往难以承担。图10和表3的结果表明,神经网络法有潜力在较小误差的前提下,通过减少模拟情形的数量来显著降低保险公司的计算成本。

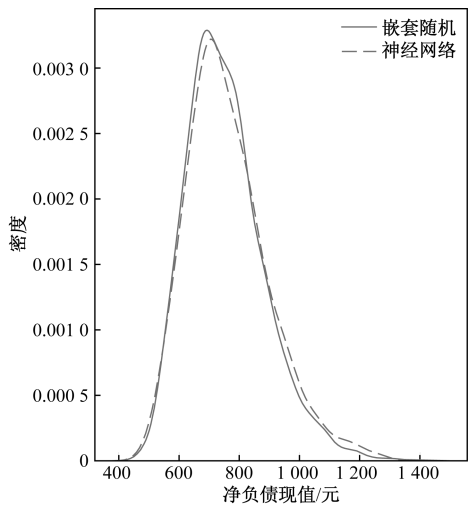


图 10 净负债现值的概率密度分布

表 3 两种方法计算单个模型点经济资本结果比较

| 方法   | 时间/s  | 分位数  |       |       |       |       |
|------|-------|------|-------|-------|-------|-------|
|      |       | 90%  | 95%   | 97.5% | 99%   | 99.5% |
| 嵌套随机 | 24.23 | 931  | 1 003 | 1 074 | 1 157 | 1 214 |
| 神经网络 | 7.46  | 954  | 1 024 | 1 100 | 1 148 | 1 198 |
| 误差率  |       | 2.49 | 2.11  | 2.35  | 0.78  | 1.29  |

3 结论

本文基于神经网络算法,提出一种新的人身险公司经济资本计算框架,并将该框架应用于带有最低年金给付保证的变额年金产品的经济资本的计算。在此计算框架下,拟合得到的净负债现值分布与传统的嵌套随机模拟方法得到的分布非常相近。在保险公司与监管机构重点关注的尾部分布方面,神经网络算法拟合得到的右尾部分位数与嵌套随机模拟法得到的结果相比也仅有 3% 以内的误差。在计算效率方面,在神经网络算法的加持下,计算经济资本时所需要的随机模拟的分支数相较于传统的嵌套随机模拟法大大减少,因而有效地降低了保险公司计算经济资本所需的时间和算力成本。

在实务中,经济资本计算的复杂性是几乎每一

家保险公司现实面对的难题。本文提出的经济资本计算框架在保证准确性的同时,大大降低了人身保险公司的计算成本,这对于人身险公司的风险管理工作具有重要意义。

参考文献

[1] 邓平紧,李静.“偿二代”框架下情景生成对利率风险经济资本的影响[J]. 保险研究,2016(9):41-47.

[2] LI P,FENG R. Nested Monte Carlo simulation in financial reporting:a review and a new hybrid approach[J]. Scandina-  
vian Actuarial Journal,2021,9:744-778.

[3] DANG O,FENG M B,MARY R H. Two-stage nested  
simulation of tail risk measurement;a likelihood ratio ap-  
proach[J]. Insurance:Mathematics and Economics,2023,  
108:1-24.

[4] CAMBOU M,FILIPOVIĆ D. Replicating portfolio ap-  
proach to capital calculation[J]. Finance and Stochastics,  
2018,22:181-203.

[5] ENGSNER H,LINDENSJÖ K,LINDSKOG F. The value of  
aliability cash flow in discrete time subject to capital require-  
ments[J]. Finance and Stochastics,2020,24:125-167.

[6] HA H,BAUER D. A least-squares Monte Carlo approach  
to the estimation of enterprise risk[J]. Finance and Sto-  
chastics,2022,26:417-459.

[7] KIERMAYER M. Modeling surrender risk in life insur-  
ance:theoretical and experimental insight[J]. Scandina-  
vian Actuarial Journal,2022,7:627-658.

[8] 李秀芳,杨雅明. 基于最小二乘蒙特卡洛简化算法的保险  
公司经济资本度量研究[J]. 管理工程学报,2020,34(3):  
169-174.

[9] KRAH A S,NIKOLIĆ Z,KORN R. Machine learning in  
least-squares Monte Carlo proxy modeling of life insurance  
companies[J]. Risks,2020,8(1):21.

[10] VASICEK O. An equilibrium characterization of the term  
structure[J]. Journal of Financial Economics,1977,5  
(2):177-188.

[11] HORNIK K. Approximation capabilities of multilayer  
feedforward networks[J]. Neural Networks,1991,4(2):  
251-257.

Exploration of Neural Network Based Economic Capital Calculation Method for  
Life Insurance Companies

HU Anrui

(School of Finance,Nankai University,Tianjin 300350,China)

**Abstract:** The implementation of Solvency II of Phase II project has put forward higher requirements for insurers' risk management, and the calculation of economic capital has received attention from insurers. Nested stochastic simulation method is the traditional method for calculating economic capital, but most companies cannot afford the time cost and computing power required by this method. A neural network algorithm-based economic capital calculation method was proposed. The results show that the computation time is reduced by about two-thirds compared with the nested stochastic simulation method, and the error rate can be controlled within 3%.

**Keywords:**neural networks;economic capital;insurance;variable annuity