

# 黄土微小孔隙对其孔隙表面分形维数影响

鲁 拓<sup>1</sup>, 唐亚明<sup>2</sup>, 冯 卫<sup>2</sup>, 宿晓虹<sup>2</sup>

(1. 长安大学地质工程与测绘学院, 西安 710054; 2. 中国地质调查局 西安地质调查中心, 西安 710054)

**摘要:**为研究吕梁地区马兰黄土孔隙表面结构复杂程度及其影响因素,通过压汞试验及热力学孔隙分形模型计算黄土孔隙表面分形维数,以此值大小定量表征吕梁地区马兰黄土孔隙的表面结构复杂程度。结果表明:孔隙率和退汞效率与表面分形维数有弱相关性,孔隙率越大,表面分形维数越大,退汞效率越小,表面分形维数越大;微小孔隙(孔径小于  $1\ \mu\text{m}$ )体积含量、表面积与表面分形维数有线性相关性,微小孔隙体积含量越高、表面积越大,则表面分形维数越大;中值孔径与表面分形维数具有线性相关性,中值孔径越小,表面分形维数越大。可见微小孔隙含量会增加整体孔隙表面的复杂程度。

**关键词:**压汞试验;热力学分形模型;微小孔隙;孔隙表面分形维数

**中图分类号:** TB3      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1671-1807(2021)01-0185-05

基于热力学孔隙分形模型计算多孔介质孔隙表面分形维数已成功应用于众多领域。Pfeifer 等<sup>[1]</sup>在用分子吸附技术研究岩石孔隙结构后提出多孔介质具有分形孔隙结构的概念。随后, Katz 等<sup>[2]</sup>、Krohn 等<sup>[3]</sup>利用 SEM 对砂岩孔隙直接进行了分维表征。Rieu 等<sup>[4]</sup>基于“sierpinski”地毯模型建立了孔隙分形模型。高英等<sup>[5]</sup>基于 SEM 图像采用合维数法计算了西宁地区强、弱湿陷性黄土的孔隙分维数,发现随着压力增加,孔隙分维数有减少的趋势。任权等<sup>[6]</sup>用基于 SEM 图像计算了高速铁路地基黄土的形态分维数,发现分维数与土强度有较好相关性,同时也证明了黄土孔隙具有分形的特征。许勇等<sup>[7]</sup>基于 SEM 图像采用盒子维数方法计算了饱和软黏土的分形维数,得出颗粒分形维数与孔隙率成负相关,孔隙分形维数与孔隙率成正相关。林晓芬等<sup>[8-9]</sup>基于压汞数据通过海绵模型、热力学孔隙分维模型计算了 4 种生物质焦样的孔隙表面分形维数,并得出热力学分维模型计算结果更适合表征生物质焦样孔隙结构。陈三强等<sup>[10]</sup>刘永忠等<sup>[11]</sup>基于压汞试验及热力学分维模型计算了冻干物料的表面分形维数。王秀娟等<sup>[12]</sup>基于热力学分维模型计算了煤孔隙表面的分形维数。王聪乐<sup>[13]</sup>基于压汞数据并采用多种分形维数计算模型比较了岩石储层的孔隙分形

维数,其中热力学分维较好的表征岩石孔隙表面复杂程度。

SEM 作为直接量测孔隙形态分维的一种重要手段虽具有直观性,但由于制样、喷金/喷碳、及二维代表性不足等仍有缺陷。压汞法为间接量测多孔介质孔隙不易破坏孔隙结构且快速简易对测黄土孔隙十分有利,且基于压汞法计算分维数已广泛用于众多多孔介质分析中,但目前对计算黄土孔隙表面分维数仍十分稀缺,需进一步验证其适用性及意义。现基于压汞法和热力学计算模型计算黄土孔隙表面分维并探讨与微小孔隙关系,这对孔隙结构性量化、水土保持有重要意义。

## 1 材料与方法

### 1.1 试样与压汞试验

本批试样选自吕梁地区吉县、大宁县、岚县、乡宁县、汾西县、孝义市、交城县 7 地,采取深挖取样方式,表 1 为试样基本物理指标。

试验设备为美国麦克仪器 AutoPore IV 9 500 高性能全自动压汞仪,本次测量压力范围  $0.1\sim 60\ 000\ \text{Psia}$ ( $\sim 419\ \text{mPa}$ ),测量孔径范围  $0.003\sim 1\ 000\ \mu\text{m}$ ,汞表面张力  $485\ \text{mN/m}$ ,汞接触角  $130^\circ$ ,有一个高压和两个低压站。本批试样压汞曲线及基本参数见图 1、表 2,图 1 中  $V_{\text{Hg}}$  表示进汞体积分数(进汞量与最大进汞量百分数)。

**收稿日期:** 2020-09-12

**基金项目:** 中国地质调查局项目(DD20190642);国家自然科学基金项目(41572264;41877225)

**作者简介:** 鲁 拓(1995—),男,陕西西安人,长安大学地质工程与测绘学院,硕士研究生,研究方向:黄土微结构及地质灾害评估;通信作者:唐亚明(1973—),女,湖南永州人,博士,教授级高级工程师,研究方向:黄土地质灾害、黄土微结构。

表 1 试样基本物理指标

| 编号   | 层位 | 地点  | $\rho_d/$<br>( $\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$ ) | $G_s/$<br>( $\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$ ) | $\omega/\%$ |
|------|----|-----|------------------------------------------------|---------------------------------------------|-------------|
| 1-1  | L1 | 吉县  | 1.41                                           | 2.62                                        | 4.30        |
| 1-3  | L2 | 吉县  | 1.47                                           | 2.64                                        | 7.32        |
| 1-4  | L3 | 吉县  | 1.50                                           | 2.64                                        | 10.11       |
| 4-1  | L2 | 大宁县 | 1.42                                           | 2.64                                        | 11.31       |
| 17-1 | L1 | 岚县  | 1.39                                           | 2.66                                        | 4.97        |
| 19-1 | L1 | 乡宁县 | 1.26                                           | 2.65                                        | 8.02        |
| 22-1 | L1 | 乡宁县 | 1.39                                           | 2.66                                        | 6.75        |
| 26-1 | L1 | 汾西县 | 1.33                                           | 2.67                                        | 7.24        |
| 28-1 | L1 | 孝义市 | 1.26                                           | 2.66                                        | 7.03        |
| 30-1 | L1 | 交城县 | 1.41                                           | 2.66                                        | 8.82        |

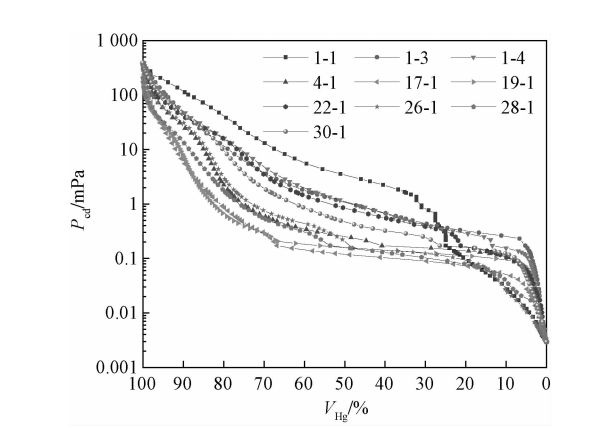


图 1 压汞曲线

表 2 试样压汞测试基本指标

| 编号   | $\varphi/\%$ | $k/\text{mdarcy}$ | $P_{\text{cd}}/\text{mPa}$ | $\tau$ | $W_e/\%$ | $r_{50}/\mu\text{m}$ |
|------|--------------|-------------------|----------------------------|--------|----------|----------------------|
| 1-1  | 28.70        | 1 024.43          | 0.003 0                    | 7.17   | 19.20    | 0.18                 |
| 1-3  | 36.13        | 397.51            | 0.004 7                    | 7.61   | 15.76    | 0.58                 |
| 1-4  | 36.10        | 10.18             | 0.151 1                    | 59.30  | 16.12    | 1.12                 |
| 4-1  | 33.77        | 30.02             | 0.155 1                    | 33.83  | 14.71    | 2.46                 |
| 17-1 | 43.53        | 88.08             | 0.097 4                    | 22.02  | 7.91     | 5.23                 |
| 19-1 | 45.15        | 56.87             | 0.133 8                    | 13.99  | 7.85     | 3.93                 |
| 22-1 | 37.74        | 496.23            | 0.003 9                    | 6.93   | 23.89    | 0.74                 |
| 26-1 | 37.37        | 1 973.08          | 0.003 9                    | 6.26   | 16.75    | 3.03                 |
| 28-1 | 41.31        | 385.33            | 0.018 1                    | 9.45   | 15.35    | 3.93                 |
| 30-1 | 34.28        | 19.90             | 0.154 5                    | 35.26  | 16.00    | 1.32                 |

注： $\varphi$ 为汞测孔隙率； $k$ 为汞测渗透率； $P_{\text{cd}}$ 为排驱压力； $\tau$ 为迂曲度； $W_e$ 为退汞效率； $r_{50}$ 为进汞饱和度为 50% 的孔径。

试样所测孔隙率  $\varphi$  范围为 28.70%~45.15%，液体汞的渗透率  $k$  的范围为 19.90~1 973.08 md，排驱压力  $P_{\text{cd}}$  范围为 0.003 0~0.155 1 mPa，迂曲度  $\tau$  范围为 6.26~59.30，退汞效率  $W_e$  为 7.85%~23.89%，退汞效率越大，说明孔隙的腹腔结构越多，反之越少。中值孔径  $r_{50}$  范围为 0.18~

5.23  $\mu\text{m}$ 。本批试样中较小含量居多，不存在巨大孔隙，为疏松多孔介质。图 2 为试样孔径分布，本批黄土试样孔径分布跨度范围为 0.001~250  $\mu\text{m}$ ，将孔径小于 1  $\mu\text{m}$  以下的孔隙称为微小孔隙。本文计算每试样微小孔隙的体积含量和表面积大小。其中，体积含量  $V_{r<1\mu\text{m}}$  范围为 20.78%~72.48%，表面积  $S_{r<1\mu\text{m}}$  范围为 4.39~16.36  $\text{cm}^2/\text{g}$ 。

1.2 热力学模型计算孔隙表面分形维数

这种模型利用进汞过程的进汞量与孔隙表面能增加的联系建立孔隙分形维数<sup>[14]</sup>。

$$\sum_{i=1}^n P_i \Delta V_n = c r_n^2 \left( \frac{V_n^{1/3}}{r_n} \right)^D$$

(1)

式中： $P_i$ 、 $\Delta V_n$  为第  $i$  次压汞的压力和进汞量； $n$  为施加压力的间隔数； $r_n$  为第  $n$  次进汞的累计进汞量， $V_n$  为压力间隔 1~ $n$  时的累计进汞量。

$$\text{记 } W_n = \sum_{i=1}^n P_i \Delta V_n, Q_n = \left( \frac{V_n^{1/3}}{r_n} \right)^D$$

(2)

$$\frac{W_n}{r_n^2} = c Q_n^D$$

用  $\ln(\frac{W_n}{r_n^2})$  与  $\ln(Q_n)$  线性回归求取斜率  $s$ ，进

而求得分形维数  $D$ ，记为  $D_s$ 。

2 结果与分析

2.1 模型计算过程

通过热力学分维模型计算黄土孔隙表面分形维数范围为 2.58~2.84，线性拟合度非常好，为 0.99，见图 3。结合传统分形维数的概念，分形维数应该介于 2~3，且维数越大，表示各向异性更强、结构越复杂。通过试验，证明了热力学分形模型适用于计算黄土孔隙表面分形维数。

2.2 结果与分析

图 4 为黄土试样孔隙表面分形维数  $D_s$  与孔隙率  $\varphi$ 、退汞效率  $W_e$ 、微小孔隙体积含量  $V_{r<1\mu\text{m}}$ 、微小孔隙表面积  $S_{r<1\mu\text{m}}$  之间的关系。孔隙率  $\varphi$  与表面分形维数  $D_s$  有弱线性正相关性，说明孔隙空间越大，表面分形维数有增加的趋势，即表面糙度、起伏的概率越大。退汞效率  $W_e$  与  $D_s$  有弱线性负相关性，而黄土较大的孔隙腹腔越多，压入的汞在退汞阶段越容易退出，退汞效率越大，这说明了黄土孔隙腹腔含量越多、大孔隙含量越多，表面分形维数有变小的趋势，并暗示了微小孔隙与表面分形维数应具有正相关性。

图 4 中微小孔隙体积含量  $V_{r<1\mu\text{m}}$ 、微小孔隙表面积  $S_{r<1\mu\text{m}}$  与孔隙表面分形维数  $D_s$  具有线性正相关性。这从正面说明了微小孔隙含量的多少会影

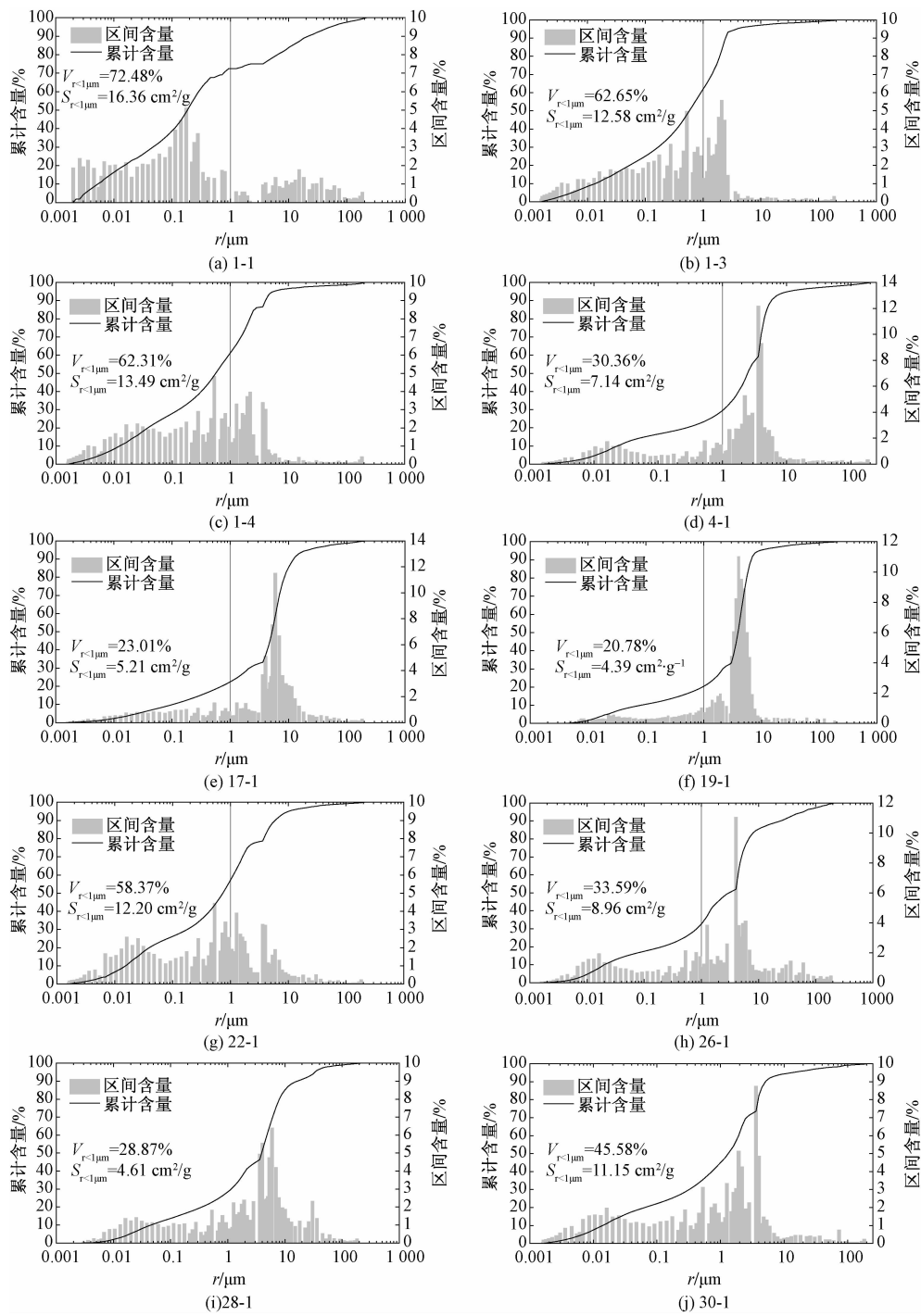


图 2 孔径分布

响黄土孔隙表面分形维数。图 5 为中值孔径  $r_{50}$  与表面分形维数  $D_s$  的关系,具有线性负相关性。这从正面说明了孔隙大小会影响黄土孔隙表面分形维数。

图 6 为微小孔隙体积含量  $V_{r<1\mu\text{m}}$ 、微小孔隙表面积  $S_{r<1\mu\text{m}}$ 、中值孔径  $r_{50}$  与孔隙表面分形维数  $D_s$  之间的关系图,由图 6 可以发现,微小孔隙含量越多,中值孔径会变小,同时,孔隙表面分形维数会增

大。微小孔隙在孔隙空间中的位置多为细小吼道、大孔隙表面的起伏,往往起到的作用会增加孔隙表面糙度、起伏度,从而导致表面结构的复杂程度增加,进而孔隙表面分形维数增加(图 6)。

### 3 结论

通过对 10 组黄土试样进行压汞试验,并利用热力学分形模型计算黄土孔隙表面分形维数,得到如下结果:

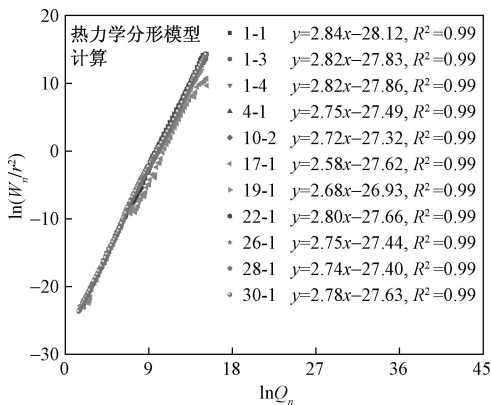


图 3 热力学分形模型计算过程

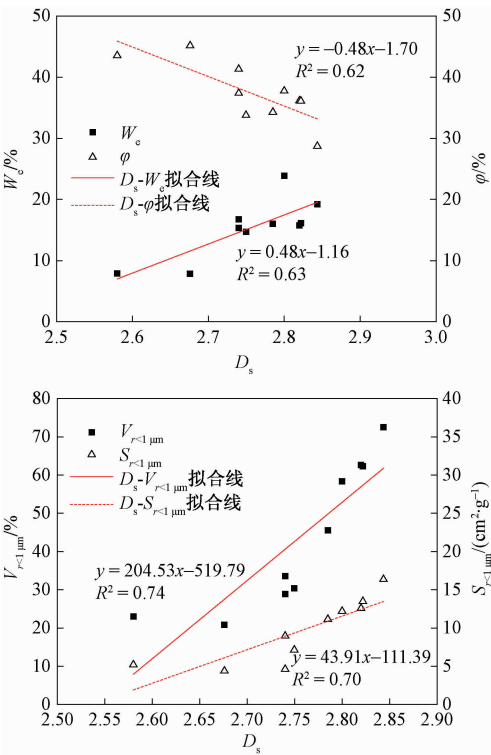


图 4  $D_s-\varphi$ 、 $D_s-W_c$  与  $D_s-V_{r<1\mu m}$ 、 $D_s-S_{r<1\mu m}$  关系曲线

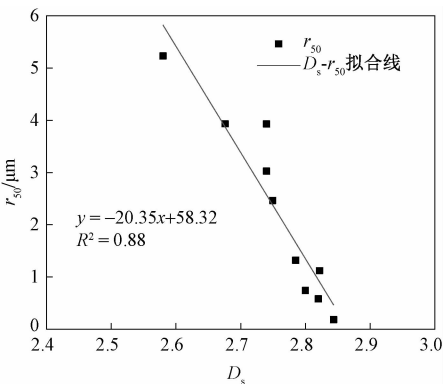


图 5  $D_s-r_{50}$  关系曲线

1)通过热力学分形模型计算的黄土孔隙表面分形维数介于 2~3,且线性拟合度高达 0.99,这说

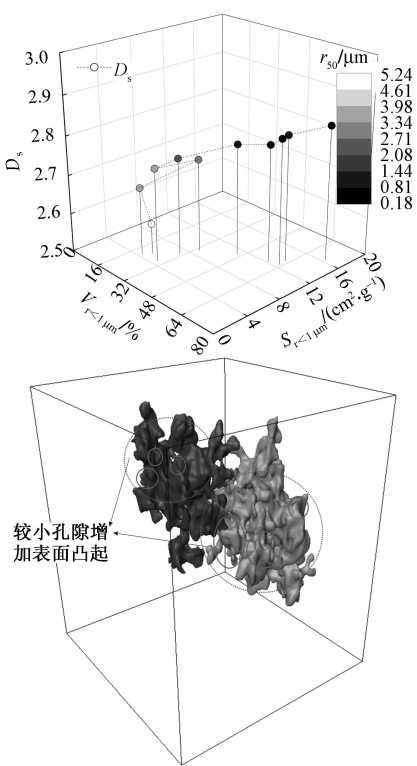


图 6 较小孔隙对孔隙表面影响图示

明这种模型对计算黄土孔隙表面分形维数的适用性。

2)孔隙率越大,孔隙空间越大,表面分形维数有增加的趋势。孔隙腹腔、大孔隙越多,表面分形维数有降低的趋势。

3)微小孔隙体积含量、表面积大小会直接影响黄土整体孔隙表面分形维数,微小孔隙越多,孔隙空间的糙度、起伏程度会增加,导致表面分形维数增大,表面结构复杂性增加。

4)微小孔隙含量同时会影响中值孔径大小,而中值孔径刻画孔隙空间的综合孔径大小。中值孔径与孔隙表面分形维数具有负线性相关性,即孔径越小,孔隙表面分形维数越大。

参考文献

[1] PFEIFERPER P,AVNIR D. Chemistry nonintegral dimensions between two and three[J]. The Journal of Chemical Physics,1983,79(7):3369—3558.

[2] KATZ A J,THOMPSON A H. Fractal sandstone pores: implications for conductivity and pore formation[J]. Physical Review Letters,1985,54(12):1325—1328.

[3] KROHN,CHRISTINE E. Sandstone fractal and Euclidean pore volume distributions[J]. Journal of Geophysical Research,1988,93(B4):3286.

[4] RIEU M,SPOSITO G. Fractal fragmentation, soil porosity,

and soil water properties; I. theory[J]. Soil Science Society of America Journal, 1991, 55(5): 1231—1238.

[5] 高英, 马艳霞, 张吾渝, 郭佳庆, 王小民. 西宁地区不同湿陷程度黄土的微观结构分析[J]. 长沙理工大学学报: 自然科学版, 2020, 17(1): 65—73.

[6] 任权, 王家鼎, 袁中夏, 谷天峰. 高速铁路地基黄土微结构的分形研究[J]. 水文地质工程地质, 2007(6): 76—78+82.

[7] 许勇, 张季超, 李伍平. 饱和软土微结构分形特征的试验研究[J]. 岩土力学, 2007, 28(S1): 49—52.

[8] 林晓芬, 张军, 盛昌栋. 压汞法计算生物质焦样的分形维数[J]. 内江科技, 2008(3): 48—49.

[9] 林晓芬. 基于热力学模型的生物质焦孔隙结构的分形模型[J]. 炭素技术, 2019, 38(1): 32—34.

[10] 陈三强, 刘永忠, 程光旭, 黄昌斌. 用压汞法计算冻干物料的表面分形维数[J]. 食品科学, 2004(7): 25—28.

[11] 刘永忠, 陈三强, 孙皓. 冻干物料孔隙特性表征的分形模型与分形维数[J]. 农业工程学报, 2004, 20(6): 41—45.

[12] 王秀娟, 要惠芳, 李伟, 张晓辉, 阎纪伟. 基于热力学模型的煤孔隙结构分形表征[J]. 煤田地质与勘探, 2014, 42(6): 20—23.

[13] 王聪乐. 砂岩油藏孔隙结构分形表征与渗透率模型研究[D]. 北京: 中国石油大学(北京), 2018.

[14] ZHANG B, LI S. Determination of the surface fractal dimension for porous media by mercury porosimetry[J]. Industrial & Engineering Chemistry Research, 1995, 34(4): 1383—1386.

Study on the Influence of Micro Pores on Fractal Dimension of Loess Pore Surface

LU Tuo<sup>1</sup>, TANG Ya-ming<sup>2</sup>, FENG Wei<sup>2</sup>, SU Xiao-hong<sup>2</sup>

(1. School of Geological Engineering and Geomatics, Chang'an University, Xi'an 710054, China;  
2. Xi'an Geological Survey Center, China Geological Survey Bureau, Xi'an 710054, China)

**Abstract:** In order to study the complexity of pore surface structure of Malan Loess in Lüliang area and its influencing factors, the fractal dimension of pore surface of loess was calculated by mercury injection test and thermodynamic fractal model, and the surface structure complexity of pore in Malan Loess in Lüliang area was quantitatively characterized by this value. The results show that the porosity and mercury removal efficiency are weakly related to the surface fractal dimension, and the larger the porosity is The larger the surface fractal dimension is, the smaller the mercury removal efficiency is, the larger the surface fractal dimension is; there is a linear correlation between the content of micro pores (pore diameter less than 1  $\mu\text{m}$ ), the surface area and the surface fractal dimension. The higher the pore volume content and the surface area are, the larger the surface fractal dimension is; the linear correlation between the median pore diameter and the surface fractal dimension is, the smaller the value is, the larger the surface fractal dimension is. It can be seen that the micro pore content will increase the complexity of the whole pore surface.

**Key words:** mercury injection test; thermodynamic fractal model; micro pore; fractal dimension of pore surface