第16卷 第5期 科 技 和 产 业 Vol.16，No.5
2016年 5月 Science Technology and Industry May， 2016

基于灰色马尔可夫模型的住宅工程造价预测研究

万 臣，赵 勇

（武警水电三总队 八支队，重庆 401320）

摘要：为快速准确地获得住宅工程造价时间序列变化的内在规律，提高住宅工程造价预测效果，将灰色GM(1,1)预测方法和马尔可夫概率转移方法有效结合起来，建立灰色马尔可夫模型对住宅工程造价进行预测，并应用该模型对成都市住宅工程造价实例进行预测分析，其预测结果与实际值吻合较好，表明所建立的该预测模型是可行的，在住宅工程造价预测中具有推广应用价值。

关键词：住宅工程；工程造价；灰色马尔可夫；预测分析

中图分类号：TU－9 **文献标志码**：A **文章编号**：1671－1807(2016)05－0095－05

工程造价估算是指在投资决策阶段，依据现有的资料以及造价估算指标、经验和方法，对工程项目的造价进行估算[1]，是工程项目可行性研究的基础。同时，它还是作为编制投资计划，进行资金筹措以及申请贷款的主要依据。工程造价估算的准确性将直接影响工程项目的投资决策，也将影响项目投标的竞争能力[2]。因此，在建设项目的前期，快速而准确地估算出工程项目的造价，对项目的投资决策具有十分重要的意义[3]。

在目前的房地产开发建设项目中，开发的工程项目基本上都是住宅工程，对住宅工程造价进行合理分析和预测，掌握其变化趋势，探索城市建设住宅工程投资估算的有效模式，提高工程造价估算的准确性乃是当前对于投资商而言迫切需要解决的问题。现有的用于工程估价的方法较多，常用的有：工程类比法、多元回归分析法、模糊数学法、Bayes预测法、神经网络法和灰色预测法等[4]，但是它们都存在着一些不足之处：工程类比法预测精度低；多元回归分析法适合求解线性问题，对工程估价这类非线性问题求解具有一定的局限性；模糊数学隶属函数确定比较困难且不够准确；Bayes预测太过侧重主观判断；神经网络需要大量的训练样本且训练时间长；灰色预测法要求数据呈指数规律，存在对随机波动性较大的数据拟合较差等问题[5－6]。因此，上述工程估价方法都存在一些局限性，且很难达到理想的预测效果。

为了更加准确快速地获得住宅工程造价时间序列变化的内在规律，提高预测效果，本文结合灰色预测系统和马尔可夫理论的优点，建立了灰色马尔可夫预测模型，利用灰色预测模型来揭示住宅工程造价变化的总体发展趋势，用马尔可夫理论来确定状态间的转移规律对灰色预测模型进行修正，并以成都市历年住宅工程造价为例进行实证研究，较高精度的预测了成都市住宅工程造价，为住宅工程造价预测提供了新的思路，也为房地产合理投资决策提供了可靠的理论依据。

1 灰色马尔可夫模型的构建

1.1 构建灰色GM(1,1)预测模型

GM(1,1)模型是灰色系统理论中应用最广泛的一种灰色动态预测模型，表示一阶、一个变量的微分方程预测模型。GM(1,1)运算步骤及机理[7－9]如下：

1)获取原始数据序列 $X^{(0)}$

$$X^{(0)}=\{x^{(0)}(1),x^{(0)}(2),x^{(0)}(3),\cdots,x^{(0)}(n)\} \tag{1}$$

2)对原始数据做一次累加生成 $X^{(1)}$

$$X^{(1)}=\{x^{(1)}(1),x^{(1)}(2),x^{(1)}(3),\cdots,x^{(1)}(n)\} \tag{2}$$

式中，$X^{(1)}(k)=\sum_{i=1}^{k}x^{(0)}(i),(k=1,2,3,\cdots,n)$。

3)取 $X^{(1)}$ 的紧邻均值，生成序列 $Z^{(1)}$

$$Z^{(1)}=\{z^{(1)}(2),z^{(1)}(3),z^{(1)}(4),\cdots,z^{(1)}(n)\} \tag{3}$$

收稿日期：2016－01－03

作者简介：万臣(1987—)，男，湖北宜都人，武警水电三总队八支队，工程师，硕士，研究方向：现代施工技术与管理、工程造价。

式中，$z^{(1)}(k)=0.5[x^{(1)}(k)+x^{(1)}(k-1)]$，$(k=2,3,\cdots,n)$。

4)建立GM(1,1)模型

$$x^{(0)}(k)+az^{(1)}(k)=u \tag{4}$$

式中，a 为发展系数，u 为灰作用量。

5)利用最小二乘法求出a，u的值

$$设参数列\ \hat{A}=\begin{bmatrix}a\\u\end{bmatrix}=(B^TB)^{-1}B^TY \tag{5}$$

$$其中：B=\begin{bmatrix}-z^{(1)}(2) & 1\\ -z^{(1)}(3) & 1\\ \vdots & \vdots\\ -z^{(1)}(n) & 1\end{bmatrix},Y=\begin{bmatrix}x^{(0)}(2)\\ x^{(0)}(3)\\ \vdots\\ x^{(0)}(n)\end{bmatrix}$$

6)建立GM(1,1)模型的白化微分方程，并求解得出GM(1,1)模型的时间响应序列

白化微分方程表示为 $\frac{dx^{(1)}}{dt}+ax^{(1)}=u$，此方程的解是时间响应函数：

$$\hat{x}^{(1)}(t)=\left[x^{(0)}(0)-\frac{u}{a}\right]e^{-at}+\frac{u}{a},(t=1,2,\cdots,n) \tag{6}$$

即GM(1,1)灰微分方程的时间响应序列为：

$$\hat{x}^{(1)}(k+1)=\left[x^{(0)}(1)-\frac{u}{a}\right]e^{-ak}+\frac{u}{a},(k=1,2,\cdots,n) \tag{7}$$

7)对 $\hat{X}^{(1)}$ 作累减还原可得到原始数列的预测值

$$\hat{x}^{(0)}(k+1)=\hat{x}^{(1)}(k+1)-\hat{x}^{(1)}(k),(k=1,2,\cdots,n) \tag{8}$$

1.2 灰色预测结果的马尔可夫分析改进

马尔可夫概率转移方法是通过对事物不同状态的初始概率及状态之间的转移概率的研究来预测事物未来状态的一种数学方法，其中转移概率可以弥补灰色预测模型的弱随机性、弱波动性的缺点，该方法具有较高的科学性、准确性和适应性。由于GM(1,1)建模预测数据序列为一平滑的曲线，利用这一曲线构造灰色马尔可夫预测模型[10-12]如下：

1)状态区间的划分。以灰色预测数据序列发展趋势曲线为基准，根据具体情况考虑将实际数据序列与灰色预测数据序列的相对值作为标准划分状态，记为 $S_1,S_2,\cdots,S_n$ 一共 n 个状态，每个状态区间 S_i 表达为：

$$S_1=[S_{1i},S_{2i}],(i=1,2,\cdots,n)$$

式中，S_{1i} 和 S_{2i} 表示第 i 种状态的上下界，可根据具体情况确定，状态区间都是下含上不含。以数据序列的实际值除以灰色预测值即可得相对值。

2)状态转移概率矩阵的计算。设由状态 S_i 经过 k 步转移到 S_j 的概率称为 k 步转移概率，记为 $P_{ij}^{(k)}$，且：

$$P_{ij}^{(k)}=\frac{M_{ij}^{(k)}}{M_i},(i,j=1,2,\cdots,n) \tag{9}$$

式中，$M_{ij}^{(k)}$ 为状态 S_i 经过 k 步转移到状态 S_j 的次数，M_i 为状态 S_i 出现的次数。

以状态转移概率 $P_{ij}^{(k)}$ 为元素的矩阵称为马尔可夫 k 步状态转移概率矩阵：

$$P(k)=\begin{bmatrix}P_{11}^{(k)} & P_{12}^{(k)} & \cdots & P_{1n}^{(k)}\\ P_{21}^{(k)} & P_{22}^{(k)} & \cdots & P_{2n}^{(k)}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ P_{n1}^{(k)} & {}^{(k)}P_{n2} & \cdots & P_{nn}^{(k)}\end{bmatrix} \tag{10}$$

且根据马尔可夫过程的无后效性及Bayes条件概率公式，可得状态转移概率矩阵的递推公式为 $P(k+1)=P(k)\times P$，其中 P 表示一步转移概率矩阵。

通过上述状态转移概率矩阵，可以从现在的初始状态，预测未来可能出现的状态或者发展方向。

3)确定预测值。当未来可能出现的状态确定以后，再对各个状态所处的区间范围取中点后进行加权平均，并最终求得灰色马尔可夫模型预测值为：

$$\hat{Y}(k+1)=\sum_{i=1}^{n}P_i\left(\frac{S_{1i}+S_{2i}}{2}\right)\hat{x}^{(0)}(k+1) \tag{11}$$

式中，P_i 表示起始状态所对应转移概率矩阵的行向量中处于第 i 种状态的概率。

4)模型预测精度的残差检验。令 $\varepsilon(k)$ 为残差相对值，$\varepsilon(k)=\frac{x^{(0)}(k)-\hat{x}^{(0)}(k)}{x^{(0)}(k)}\times 100\%$，一般要求 $\varepsilon(k)<20\%$，最好是 $\varepsilon(k)<10\%$。令精度 $p^0=(1-\varepsilon(avg))\times 100\%$，其中 $\varepsilon(avg)=\frac{1}{n-1}\sum_{k=2}^{n}|\varepsilon(k)|$，一般要求 $p^0>80\%$，最好是 $p^0>90\%$。

2 预测实例

2.1 数据的选取

以成都市2002—2014年住宅工程造价(见表1)为主要研究对象，因其变化具有一定的随机性，符合灰色马尔可夫的研究范围。

先以2002—2012年的统计数据对原始数据序列建立灰色马尔可夫预测模型，再应用2002—2014年的数据进行检验，并对模型的预测精度进行评价。

表 1　2002－2014 年成都市住宅工程造价

年份	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
住宅工程造价（元/m^2）	993	1 089	1 141	1 149	1 348	1 514	1 916	2 149	2 466	2 737	2 780	3 124	3 452

数据来源：四川省统计年鉴。

2.2　灰色 GM(1,1)预测模型的运算

确定实际数据序列：

$X^{(0)}=\{993,1089,1141,1149,1348,1514,1916,2149,2466,2737,2780\}$

根据实际数据序列建立 GM(1,1)模型，借助 MATLAB 软件可求得 GM(1,1)模型的发展系数 a＝－0.120243，灰色作用量 u＝825.056657；GM(1,1)模型的时间响应序列为：

$$\hat{x}^{(1)}(k+1)=7854.577e^{0.120243k}-6861.577 \tag{12}$$

经还原，可得到预测数据序列为：

$$\hat{x}^{(0)}(k+1)=889.8848e^{0.120243k} \tag{13}$$

可求得各个时间点原始数据序列的预测值：

$\hat{X}^{(0)}=\{\hat{x}^{(0)}(1),\hat{x}^{(0)}(2),\cdots,\hat{x}^{(0)}(n)\}=\{993,1004,1132,1276,1440,1623,1831,2065,2329,2626,2962\}$ 即为 2002－2012 年运用灰色 GM(1,1)模型的预测值，实际值与灰色 GM(1,1)模型预测值的对比情况如表 2 所示。

表 2　住宅工程造价实际值与灰色 GM(1,1)模型预测值对比表

年份	实际值/(元/m^2)	灰色预测值/(元/m^2)	残差/(元/m^2)	相对误差/(%)	相对值/(%)	所处状态
2002	993	993	0	0.00	100.00	S_2
2003	1 089	1 004	85	7.81	108.47	S_3
2004	1 141	1 132	9	0.79	100.80	S_2
2005	1 149	1 276	－127	－11.05	90.05	S_1
2006	1 348	1 440	－92	－6.82	93.61	S_1
2007	1 514	1 623	－109	－7.20	93.28	S_1
2008	1 916	1 831	85	4.44	104.64	S_2
2009	2 149	2 065	84	3.91	104.07	S_2
2010	2 466	2 329	137	5.56	105.88	S_3
2011	2 737	2 626	111	4.06	104.23	S_2
2012	2 780	2 962	－182	－6.55	93.86	S_1

注："相对误差"为残差÷实际值×100%；"相对值"为实际值÷灰色预测值×100%。

2.3　灰色预测值的马尔可夫分析改进

以灰色 GM(1,1)预测趋势曲线 $\hat{x}^{(0)}(k+1)$ 为基准，根据表 2 中实际值除以灰色 GM(1,1)预测值所得的相对比值情况，在其相邻区域划分成如表 3 所示的 3 个状态。

表 3　状态划分标准

状态编号	状态区域范围
S_1	[90%,100%)
S_2	[100%,105%)
S_3	[105%,110%)

根据表 3 的划分标准得到成都市各年份住宅工程造价所处的实际状态见表 2 所示。

依照上述 2.2 节中状态转移概率矩阵的计算方法，可得到：

$$P=\begin{bmatrix}0.67 & 0.33 & 0\\0.4 & 0.2 & 0.4\\0 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

$$P(2)=P\times P=\begin{bmatrix}0.581 & 0.287 & 0.132\\0.348 & 0.572 & 0.08\\0.4 & 0.2 & 0.4\end{bmatrix}$$

由上述一步状态转移矩阵及各年份所处的实际状态，可以确定 2002－2012 年改进后的灰色马尔可夫预测值，方法如下：以 2003 年的数据预测为例，由于 2002 年的数据处于状态 S_2，则由一步状态转移概率矩阵可知，2003 年处于状态 S_1 的概率为 0.4，处于状态 S_2 的概率为 0.2，处于状态 S_3 的概率为 0.4，因此可求出 2003 年的灰色马尔可夫预测值＝灰色预测

值×[(0.90＋1.00)÷2]×0.4＋灰色预测值×[(1.00＋1.05)÷2]×0.2＋灰色预测值×[(1.05＋1.10)÷2]×0.4＝1019。同理,可以求得其他年份的灰色马尔可夫预测值,如表4所示。

表4　住宅工程造价实际值与灰色马尔科夫模型预测值对比表

年份	实际值/(元/m^2)	灰色马尔可夫预测值/(元/m^2)	修正残差/(元/m^2)	修正后相对误差/(%)
2002	993	993	0	0.00
2003	1 089	1 019	70	6.43
2004	1 141	1 160	－19	－1.67
2005	1 149	1 295	－146	－12.71
2006	1 348	1 404	－56	－4.15
2007	1 514	1 582	－68	－4.49
2008	1 916	1 785	131	6.84
2009	2 149	2 096	53	2.47
2010	2 466	2 364	102	4.14
2011	2 737	2 692	45	1.64
2012	2 780	3 006	－226	－8.13

由表2中灰色预测值与表4中灰色马尔可夫预测值进行对比分析可得,灰色模型预测的平均精度为$P^0=(1-\varepsilon(avg))\times100\%=94.71\%$,灰色马尔可夫模型预测的平均精度为95.21%,因此灰色马尔可夫预测模型精度较高,预测的数据更加逼近实际数值。

由于表4所示的预测值,是在已知年份数据的基础上建立的马尔可夫预测模型,对已知年份进行的预测,然而利用已知数据模型对未知年份的数据进行预测其预测值未必精确,现在利用2013年、2014年的实际数据对其进行再次检验。根据公式(13),可得2013年、2014年成都市住宅工程造价的灰色预测值分别为3 340元/m^2、3 767元/m^2,其相对误差分别为－6.91%、－9.13%。由表2可知,2012年处于状态S_1,考虑一步状态转移概率矩阵P的第一行,确定2013年成都市住宅工程造价所处各种状态的概率,利用马尔可夫理论对2013年的灰色预测值进行修正,得到2013年成都市住宅工程造价灰色马尔可夫预测值为3 256元/m^2。同理,考虑两步状态转移概率矩阵$P(2)$的第一行,确定2014年成都市住宅工程造价所处各种状态的概率,经计算2014年的灰色马尔可夫预测值为3 722元/m^2。2013年和2014年灰色马尔科夫预测值的相对误差分别为－4.23%、－7.82%,与灰色预测值的相对误差相比进一步说明了灰色马尔可夫模型预测的精确性和有效性。

另外,从2002－2014年成都市住宅工程造价实际值曲线和两种模型预测值的曲线走势(见图1)来看,灰色模型的预测结果呈一条平滑的曲线,而灰色马尔可夫模型预测值曲线的波动性和实际值曲线更为接近,其预测准确性更好,能够很好的预测出成都市住宅的工程造价。

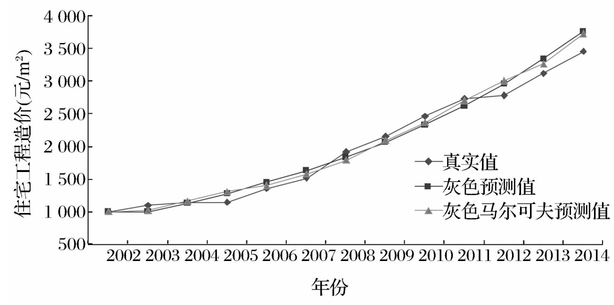

图1　两种模型预测结果与实际值对比图

利用上述方法,用2002—2014年成都市住宅工程造价的实际数据建立灰色马尔可夫预测模型对2015年、2016年的数据进行预测,如表5所示。

表5　2015－2016年成都市住宅工程造价预测值

预测年份	2015	2016
灰色马尔可夫预测值/(元/m^2)	3 749	4 243

3　结语

1)基于灰色GM(1,1)预测模型和马尔可夫理论,本文建立了住宅工程造价新的预测方法,即灰色马尔可夫模型预测法。采用灰色GM(1,1)模型预测住宅工程造价的发展规律,再利用马尔可夫进行改进修正,提高了预测的精度和有效性。通过在成都市住宅工程造价实例中的应用,该灰色马尔可夫预测模型比单一的灰色GM(1,1)模型预测结果更接近实际值,具备很高的预测精度,表明该模型是可行的,在住宅工程造价预测中有一定的推广应用价值,也为住宅项目的合理投资决策提供了可靠的理论依据。

2)某些预测点,灰色马尔可夫模型的预测值相对误差相对于单一灰色GM(1,1)预测模型的较大,但从整个时间序列分析,灰色马尔可夫预测模型稳定性强、预测可靠性好。在实际应用中,模型的整体稳定性控制相对于单个点的精度控制更加重要和可靠。

3)灰色马尔可夫模型预测的精度与状态区间的划分有着很大的关系,目前对于状态数目的确定和状态区间的划分还没有统一的标准,因此对该模型中系

统状态的划分标准值得进一步探讨。

参考文献

[1] 王民,王玉强,王东辉. GM(1,1)模型在住宅工程单方造价预测中的应用[J]. 山东建筑工程学院学报,2000,15(4):39−43.

[2] 王成军,左新慧. 基于 BP 神经网络的建筑工程估价预测模型[J]. 山西财经大学学报,2010,32(2):327−330.

[3] 刘婧,叶青. 采用 BP 和 RBF 神经网络的厦门市工程造价预测模型[J]. 华侨大学学报:自然科学版,2013,34(5):576−580.

[4] 胡六星. 基于时间序列的建筑工程造价预测研究[J]. 太原理工大学学报,2012,43(6):706−709.

[5] 殷乃芳,孙磊. 基于灰色−马尔柯夫模型的建筑安全事故死亡人数预测[J]. 工程管理学报,2010,24(6):652−655.

[6] 王佳. 基于时间序列的 GM(1,1)预测模型及应用[J]. 统计与决策,2010(19):155−157.

[7] 刘思峰,党耀国,方志耕. 灰色系统理论及其应用 [M]. 3 版. 北京:科学出版社,2005:45−49.

[8] 王学萌. 灰色系统分析及实用计算程序[M]. 武汉:华中理工大学出版社,2001:131−134.

[9] 陈悦华,廖造壮. 基于灰色马尔可夫链的武汉城市建设投资规模预测[J]. 工程管理学报,2012,26(1):45−48.

[10] 臧文亚,周仲礼,张荣光. 基于灰色马尔科夫模型的重庆市水运货运量的预测[J]. 水运工程,2012(1):30−33.

[11] 齐甦,周德军,王立英,等. 基于灰色−马尔可夫链的隧道围岩变形预测研究[J]. 现代隧道技术,2013,50(1):80−85.

[12] 谷秀娟,李超. 基于马尔科夫链的房价预测研究[J]. 消费经济,2012,28(5):40−42.

Prediction of Residential Projects Cost Based on Gray Markov Model

WAN Chen, ZHAO Yong

(Eight Detachment,Armed Police Hydropower Three Corp,Chongqing 401320,China)

Abstract: To quickly and accurately obtain residential project cost time series variation inherent laws, improve the effectiveness of residential project cost prediction, a model of the gray Markov is established by combing the gray GM (1,1) prediction methods with the Markov probability transfer method effectively to forecast the residential project cost. The residential project cost of Chengdu city is analyzed and predicted by this model, the predicted results agree well with the actual value. Practical application verifies that it is feasible to establish this prediction model, which has popularization and application value in residential project cost prediction.

Key words: residential project; project cost; gray Markov; prediction

(上接第 77 页)

[12] AAS K,CZADO C,FRIGESSI A,BAKKEN H. Paircopula construcfions of multiple dependence [J]. Insurance: Mathematics and Economics,2009,44(3):182−198.

Study on Correlation between Domestic and International Oil Price Based on Vine Copula

LI Yang

(School of Management,University of Shanghai for Science and Technology,Shanghai 200093,China)

Abstract: This paper use Vine Copula to model the crude oil market in 6 regions(Brent,WTI, Dubai, Minas, Sinta, Daqing) ,to analyze the correlation between them. Discuss the changes of the structure of our country and the other 5 international crude oil market. The financial crisis has deepened the linkage between domestic and international oil markets. Daqing as the root node of the tree of the first tree,is most closely linked with other 5 crude oil markets,the interaction with Minas and Shinta is most. The influence of the Brent crude oil prices on domestic crude oil prices is greater than that of WTI crude oil price.

Key words: crude oil prices; correlation; financial crisis; vine copula