

基于层次分析法和熵权法的高校奖学金评定

——以四川文理学院为例

韩 信，冷 雪，郑宗剑，黄 璐，易 鹏

(四川文理学院 数学与财经系，四川 达州 635000)

摘要:通过分析奖学金评定的主要因素,建立了合理的奖学金评定指标体系;为提高计算的准确性和实用性,引入主观权重确定方法(AHP)和客观权重确定方法(熵权法)分别计算权重,通过两者的结合确定组合权重进而得出了更加合理的奖学金评定模型。最后,应用此模型对四川文理学院某专业奖学金进行了评定。

关键词:指标体系;奖学金评定;层次分析法;熵权

中图分类号:G647 文献标志码:A 文章编号:1671-1807(2012)11-0090-04

根据国家有关规定,高等学校设立奖学金的目的是为了鼓励先进鞭策后进促进大学生素质的全面提高,奖学金评定是对学生最广泛、最深入、最重要的考察和鼓励措施。因此,奖学金评定工作的质量,也成为当代大学最关注的问题之一。

目前,已有一些文献^[1-4]对这一问题进行过探讨,它们大多数采用层次分析法进行半定性半定量研究,这在一定程度上提高了评定的准确性和科学性,但是在运用层次分析法时主要依靠专家意见,主观随意性大。而熵权法充分挖掘各评价指标的原始数据,以指标原始数据的差异性大小为权重确定依据,结果客观,但却不能反映专家和决策者的经验和意见。因此,采取层次分析法和熵权法相结合的思想建立奖学金综合评定模型,更为科学、合理。

1 建立合理的评定指标体系

1.1 建立合理的评定指标体系

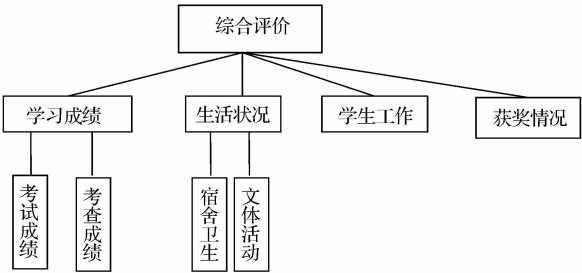


图 1 指标体系

1.2 确定各影响因子得分值

由于各指标的具体性质不同,对各指标的量化的方法也有所差异,具体量化标准如下:

1)考试和考查成绩的度量方法:将学生各科考试分数乘以相应学分累加后的平均分,视为该生的考试和考查科成绩,具体计算公式:

$$\text{考试成绩} = \frac{\sum \text{考试分数} * \text{学分}}{\text{考试科目数}}, \text{考查成绩} = \frac{\sum \text{考查分数} * \text{学分}}{\text{考试科目数}}$$

与直接算术平均相比,此法更为公正合理。

2)宿舍卫生的度量方法:卫生状况在整个评价模型里所占的权重比较小,在不会产生较大的误差的前提下,尽可能用简单的方法进行分数的换算。于是通过以下简单的公式将扣分制换算为百分制的得分制:

卫生得分=100-扣除分数,具体的扣分制度根据本校相关规定而定。

3)文体活动的度量方法:依据参加的文娱、体育活动的情况而定,视最高分为满分 100 分,其余可按比例计算出相应得分,具体公式:

$$\text{文体活动得分} = \frac{100 * \text{文体活动量化分}}{\max\{\text{文体活动量化分}\}}$$

附注:每参加一次文体活动采取加分制度,根据具体情况而定,每次加分 1—10 分不等。

4)学生工作的度量方法:为了鼓励学生更好的为

班级、社团和学校做贡献,我们给参加学生工作者也给予一定的加分,这样才能更好的激发他们的工作热情,更好的端正工作态度。和文体活动度量方法一样,每个学校对此的奖励政策大体相同,因此我们仍然沿用本校的评定方法。(注意:身兼数职者,只取最高项加分,不做累计)

5)由于各大高校对于各种获奖情况的加分大体相同。因此,不失一般性的,我们采取本校在评定综合奖学金时所采用的加分方法。根据每个学生所得奖项的重要程度而定,但最高分累计不能高于满分一百分。

1.3 指标数据标准化处理

为了避免不同指标量纲的影响,并将定量与定性指标统一起来,需要对各指标进行标准化处理。对选取的 n 个研究对象, m 个指标, x_{ij} 表示第 i 个对象的第 j 个指标的数值,则初始矩阵为:

$$Q = (x_{ij})_{n \times m} (i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m)$$

为了使层次分析法和熵权法同时适用,采用如下标准化处理方法:

$$p_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sum_{i=1}^n x_{ij}} \quad (1)$$

可得到标准化矩阵: $P = (p_{ij})_{n \times m}$ 。

2 建立评定模型

2.1 层次分析法

层次分析法^[5]是美国数学家 $T. L. Saaty$ 于 20 世纪 70 年代提出的一种系统分析与决策的综合评价方法,也是一种将定量分析与定性分析相结合的系统分析方法,它较合理的解决了定性问题量化的处理过程。具体步骤为:首先把要解决的问题和要达到的目的按性质分解成不同的因素,按各因素之间的相互影响和隶属关系进行分层聚类组合,形成一个有序的层次结构模型。然后对模型中每一层因素的相对重要性,依据人们对客观现实的判断给予定量表示,再利用数学方法确定每一层次全部因素相对重要性次序的权值 λ_j 。

2.2 熵权法

2.2.1 基本原理

在信息论中,熵是对不确定性的一种度量。信息量越大,不确定性就越小,熵也就越小;信息量越小,不确定性越大,熵也越大。评价对象在指标上的值完全相同时,熵值达到最大值 1,熵权为 0。(意味着该指标未提供任何有用信息,可取消。)指标的熵值越大,熵权越小,该指标越不重要,并满足 $0 \leq \omega_j \leq 1$ 和

$\sum_{j=1}^m \omega_j = 1$ (ω_j 是 j 项指标熵权)根据熵的特性,我们可以通过计算熵值来判断一个事件的随机性及无序程度,也可以用熵值来判断某个指标的离散程度,指标的离散程度越大,该指标对综合评定的影响越大。熵权并非反映的是评定与决策过程中该指标在实际意义上的重要性程度,而是在给定对象集合各评定指标值确定的基础上,各指标在竞争意义上的激烈程度系数;另外,从信息论的角度看,它又是该指标对整个评定与决策过程提供的有益信息量大小的度量^[6]。

2.2.2 熵权法的一般步骤

1)确定评价对象,建立评价指标体系,构造指标水平矩阵 $X^* = (x_{ij}^*)_{n \times m}$

2)异质指标同质化处理。由于各项指标的计量单位并不统一,因此在使用它们计算综合指标前,我们先要对它们进行标准化处理,即把指标的绝对值转化为相对值,并令 $x_{ij}^* = |x_{ij}^*|$,从而解决各项不同质指标值的同质化问题。而且,由于正向指标和负向指标数值代表的含义不同(正向指标数值越高越好,负向指标数值越低越好),因此,对于高低指标我们用不同的算法进行数据标准化处理。其具体方法如下:

正向指标: $x_{ij} =$

$$\frac{x_{ij}^* - \min(x_{1j}^*, x_{2j}^*, \dots, x_{nj}^*)}{\max(x_{1j}^*, x_{2j}^*, \dots, x_{nj}^*) - \min(x_{1j}^*, x_{2j}^*, \dots, x_{nj}^*)}$$

负向指标: $x_{ij} =$

$$\frac{\max(x_{1j}^*, x_{2j}^*, \dots, x_{nj}^*) - x_{ij}^*}{\max(x_{1j}^*, x_{2j}^*, \dots, x_{nj}^*) - \min(x_{1j}^*, x_{2j}^*, \dots, x_{nj}^*)}$$

则 x_{ij} 为第 i 个评定对象的第 j 个指标的数值。

($i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m$)

3)计算第 j 项指标的熵值 e_j

$$e_j = -k \sum_{i=1}^n p_{ij} \ln(p_{ij}) \quad (2)$$

式中, $k > 0, k = 1/\ln(n), e_j \geq 0$

特别的当 $p_{ij} = 0$ 时, $p_{ij} \ln(p_{ij}) = 0$

4)计算评价指标的熵权 ω_j

$$\omega_j = \frac{1 - e_j}{\sum_{j=1}^m (1 - e_j)} = \frac{1 - e_j}{m - \sum_{j=1}^m e_j} \quad (3)$$

式中, $0 \leq \omega_j \leq 1, \sum_{j=1}^m \omega_j = 1$

从前面的分析可得,熵权法是一种在综合考虑各评定指标所提供信息量的基础上,计算一个综合指标的数学方法。熵权并不是表示决策评估问题中评定指标实际意义上的重要性系数,而是在给定评定对象集合各种评定指标确定的情况下,各指标在竞争意义

上的相对激烈程度,从信息论角度考虑,它代表该评定指标在该问题中提供有效信息的多寡程度^[7],作为一种客观综合评定方法,它主要是根据各指标传递给决策者的信息量大小来确定其权数。

2.3 确定综合权重 ξ_j

层次分析法(AHP)考虑了专家的知识 and 经验,以及决策者的意向和偏好,虽然指标权重的排序往往具有较高的合理性^[8],但仍无法克服主观随意性较大的缺陷;熵权法充分挖掘了原始数据本身蕴涵的信息,结果较为客观但却不能反映专家的知识 and 经验以及决策者的意见,有时得到的权重可能与实际重要程度不相符,甚至相悖。综合分析两种方法的优缺点,把 AHP 法和熵权法的结果相结合,得到综合考虑主

观因素的指标权重向量 $\xi = (\xi_j)_{1 \times m}$, 即

$$\xi_j = \frac{\lambda_j \omega_j}{\sum_{j=1}^m \lambda_j \omega_j} \quad \sum_{j=1}^m \xi_j = 1, 0 \leq \xi_j \leq 1 \quad (4)$$

2.4 确定综合成绩

由 AHP 法和熵权法相结合所求得的综合权重,利用算术加权计算综合成绩,即

$$\text{综合成绩} = \sum_{j=1}^m \xi_j * x_{ij} \quad (5)$$

3 实例分析

现以四川文理学院某系某班级前 13 名学生的成绩为例,来研究学生奖学金的评定。其中,他们的各科成绩情况如下表 1。

表 1 各科分数

学号	指标					
	学习成绩 B_1		生活状况 B_2		学生工作 B_3	获奖情况 B_4
	考试科 B_{11}	考查科 B_{12}	宿舍卫生 B_{21}	文体活动 B_{22}		
0001	87	90	85	50	30	70
0002	86	92	87	75	60	75
0003	95	88	86	80	50	60
0004	86	84	94	68	60	40
0005	84	82	91	90	40	75
0006	83	86	94	84	70	50
0007	83	89	60	96	50	65
0008	83	78	78	85	60	55
0009	83	76	80	82	45	70
0010	82	79	84	78	85	80
0011	81	90	75	72	75	65
0012	82	86	86	84	50	60
0013	78	92	88	80	60	65

利用 AHP,根据学习成绩,生活状况,学生工作,获奖情况四个指标对目标层的权重建立判断矩阵,并求出该矩阵的权重:

$$\lambda_j = (0.4687, 0.0951, 0.2355, 0.2007)$$

同理,可以得到考试成绩、考查成绩的权重 $\lambda_{1w} = (0.8000, 0.2000)$ 和宿舍卫生、文体活动的权重 $\lambda_{2w} = (0.3333, 0.6667)$;

由熵权法得 $\omega_j = (0.3683, 0.2539, 0.2113, 0.1665)$, $\omega_{1w} = (0.5985, 0.4015)$, $\omega_{2w} = (0.5119, 0.4881)$, 其中 $w = 1, 2 \quad j = 1, 2, 3, 4$ 。

通过
$$\xi_j = \frac{\lambda_j \omega_j}{\sum_{j=1}^m \lambda_j \omega_j}, \sum_{j=1}^m \xi_j = 1, 0 \leq \xi_j \leq 1$$
, 将层

次分析和熵权科学合理结合的方法,得:

$\xi_j = (0.6166, 0.0863, 0.1778, 0.1194)$, $\xi_{1w} = (0.8564, 0.1436)$, $\xi_{2w} = (0.3440, 0.6560)$ 通过上面计算得出的各指标的权重,再运用加权算术平均得到最后总成绩排名。根据综合成绩计算步骤:

第一步,计算学习成绩、宿舍卫生、学生工作和获奖情况的得分: 学习成绩 = $B_{11} * \xi_{11} + B_{12} * \xi_{12}$, 生活状况 = $B_{21} * \xi_{21} + B_{22} * \xi_{22}$, 学生工作 = B_3 , 获奖情况 = B_4 ;

第二步,计算综合得分: 综合成绩 = 学习成绩 $\times \xi_1$ + 生活状况 $\times \xi_2$ + 学生工作 $\times \xi_3$ + 获奖情况 $\times \xi_4$ 。由以上步骤可求得每个同学的总成绩以及排名,具体结果如表 2:

表 2 总排名

学号	学习成绩	生活状况	学生工作	获奖情况	综合成绩	总排名
0010	50.295 6	6.909 5	15.113 0	9.552 0	81.870 1	1
0003	57.957 2	7.082 1	8.890 0	7.164 0	81.093 3	2
0002	53.558 9	6.828 7	10.668 0	8.955 0	80.010 6	3
0011	50.741 5	6.302 7	13.335 0	7.761 0	78.140 2	4
0006	51.443 4	7.546 1	12.446 0	5.970 0	77.405 5	5
0007	51.709 1	7.216 1	8.890 0	7.761 0	75.576 2	6
0005	51.617 3	7.796 7	7.112 0	8.955 0	75.481 0	7
0008	50.735 1	7.127 7	10.668 0	6.567 0	75.097 8	8
0004	52.850 5	6.640 3	10.668 0	4.776 0	74.934 8	9
0013	49.334 4	7.141 5	10.668 0	7.761 0	74.904 9	10
0012	50.915 4	7.308 6	8.890 0	7.164 0	74.278 0	11
0009	50.558 0	7.017 2	8.001 0	8.358 0	73.934 2	12
0001	53.909 8	5.354 1	5.334 0	8.358 0	72.955 9	13

容易得到,学号为 10 的同学获得一等奖,学号为 2、3 的同学获得二等奖,学号为 6、7、11 的同学获得三等奖。

4 结论

奖学金评定是高校每年工作的一个重要环节,为了更好的使评选结果接近实际,采取了可操作性强,合理性较高的 AHP 和熵权相结合的评价方法。此法兼容了主客观两方面影响因素,其结果真实、可信、有说服力,这为公正、公平的开展奖学金评定工作提供了重要理论依据。此种结合方法在一定范围内可推广使用^[9]。

参考文献

[1] 张佳瑜,闫丽媛,曹敏. 高校大学生奖学金评定中的多指标模型研究[J]. 重庆工商大学学报,2010,27(2):125—129.
[2] 吴峰. AHP 在遴选中职学校奖学金获得者中的应用[J]. 跨

世纪学报,2008,16(3):291—292.
[3] 彭永利. 对高校奖学金评定量化方法的探索[J]. 武汉化工学院学报,2005,27(3):38—45.
[4] 黎延海. 基于层次分析法的学生奖学金评定[J]. 科教文汇,2009(8):58—59.
[5] 赵焕臣,徐树柏. 层次分析法[M]. 北京:科学出版社,1986:23—35.
[6] 李汶静. 基于熵权 AHP 法的企业价值组合评估应用研究[D]. 成都:西南石油大学,2010.
[7] 倪九派,李萍,魏朝富,等. 基于 AHP 和熵权法赋权的区域土地开发整理潜力评价[J]. 农业工程学报,2009,25(5):203—205.
[8] 李旭宏,李玉民,顾政华,等. 基于层次分析法和熵权法的区域物流发展竞争态势分析[J]. 东南大学学报:自然科学版,2004,34(3):399—400.
[9] 周景阳,陈起俊,张琳. 熵权和 AHP 法在建筑施工企业评优中的综合应用[J]. 建筑技术,2010,41(11):1035—1038.

Evaluating College Students' Scholarship Based on AHP and Entropy Method:
A Practical Case of Sichuan University of Arts and Sciences

HAN Xin, LENG Xue, ZHENG Zong-jian, HUANG Lu, YI Peng
(Department of Mathematics and Finance-Economics,Sichuan University of Arts and Sciences, Dazhou Sichuan,635000,China)

Abstract: First,evaluation index system is established, through the analysis of the main factors in evaluation of scholarship. In order to improve the accuracy and practicability of calculation,subjective weight determination method(AHP) and objec-tive weight determination method (entropy weight) are introduced to calculate the weight respectively, and then the combined weight is determined through combination of the two weights, and then obtains the more reasonable assessment model. Finally,the model is applied to the Sichuan University of Arts and Science professional scholarship evaluation.

Key words:index system;evaluation of scholarship;analytical hierarchy process;entropy weight